

Schaeffers Grundriß des Rechts und der Wirtschaft

Abteilung III: Wirtschaftswissenschaften

Herausgeber: Professor Dr. H. G. Schachtschabel

Band 105

Wahrscheinlichkeitstheorie und Schließende Statistik

von

Prof. Dr. SIEGFRIED HAUSER

1979

Verlag W. Kohlhammer
Stuttgart Berlin Köln Mainz

Inhalt

1. Teil

Quantitative Analysen und die Aufgabe der Statistik

1. Kapitel: Bedeutung der quantitativen Analysen	13
2. Kapitel: Unsicherheit und Wahrscheinlichkeitsmodelle	14
3. Kapitel: Stichproben und Fehler	15

2. Teil

Wahrscheinlichkeitsrechnung

1. Kapitel: Ereignisse	18
I. Zufallsexperiment und Stichprobenraum	18
II. Zufällige Ereignisse	20
III. Operationen zwischen zufälligen Ereignissen	23
1. Summe von Ereignissen (Vereinigungen)	23
2. Produkt von Ereignissen (Durchschnitt)	23
3. Differenz von Ereignissen	24
IV. Das Ereignisfeld	24
2. Kapitel: Kombinatorik und Binomialkoeffizient	25
I. Fakultät	25
1. Die mathematische Schreibweise	25
2. Die asymptotische Darstellung	25
II. Permutationen	25
1. Anordnung aller n -Objekte	26
2. Zirkularpermutation	26
3. Anordnung von k aus n -Objekten	26
4. Permutation mit Wiederholung	27

Inhalt

III.	Kombinationen	28
1.	Kombinationen ohne Wiederholung und ohne Berücksichtigung der Anordnung	28
2.	Kombinationen mit Wiederholung und ohne Berücksichtigung der Anordnung	29
3.	Kombinationen mit Wiederholung und mit Berücksichtigung der Anordnung (Variationen)	29
IV.	Binomialkoeffizient	30
 3. Kapitel: Wahrscheinlichkeitsbegriff und Sätze über die Wahrscheinlichkeit		30
I.	Wahrscheinlichkeitsbegriff	30
1.	Klassischer Wahrscheinlichkeitsbegriff	31
2.	Statistischer Wahrscheinlichkeitsbegriff	31
3.	Axiomatischer Wahrscheinlichkeitsbegriff	32
4.	Subjektiver Wahrscheinlichkeitsbegriff	33
5.	Geometrischer Wahrscheinlichkeitsbegriff	33
II.	Sätze über die Wahrscheinlichkeit	35
1.	Sätze über die Wahrscheinlichkeit von Ereignissen	35
2.	Additionssatz der Wahrscheinlichkeiten	37
 4. Kapitel: Bedingte Wahrscheinlichkeit, Multiplikationssatz und stochastische Unabhängigkeit		39
I.	Bedingte Wahrscheinlichkeit	39
II.	Multiplikationssatz der Wahrscheinlichkeiten	41
III.	Stochastische Unabhängigkeit	43
 5. Kapitel: Totale Wahrscheinlichkeit und Formel von Bayes		44
I.	Voraussetzungen	44
II.	Satz über die totale Wahrscheinlichkeit	45
III.	Formel von Bayes	46
 6. Kapitel: Zufallsvariable und stochastischer Prozeß		48
I.	Definition der Zufallsvariablen	48
II.	Arten von Zufallsvariablen	49
III.	Stochastischer Prozeß	50

Inhalt

7. Kapitel: Rechnen mit Erwartungswerten	51
I. Definition	51
II. Rechenregeln	52
8. Kapitel: Diskrete Zufallsvariable und ihre Parameter	53
I. Wahrscheinlichkeitsfunktion	53
II. Verteilungsfunktion	56
III. Intervallwahrscheinlichkeit	57
IV. Parameter von diskreten Zufallsvariablen	58
1. Dichtester Wert	59
2. Median	59
3. Erwartungswert	60
4. Varianz und Standardabweichung	61
5. Variationskoeffizient	62
6. Schiefemaß	63
7. Exzeß (Wölbungsmaß)	63
V. Standardisierte Variable	64
9. Kapitel: Stetige Zufallsvariable und ihre Parameter	64
I. Dichtefunktion	64
II. Verteilungsfunktion	66
III. Intervallwahrscheinlichkeit	68
IV. Parameter von stetigen Zufallsvariablen	70
1. Dichtester Wert	70
2. Median	70
3. Erwartungswert	70
4. Varianz, Standardabweichung und Variations- koeffizient	71
5. Schiefemaß und Exzeß	72
V. Standardisierte Variable	72
10. Kapitel: Zweidimensionale Zufallsvariable und ihre Parameter	73
I. Wahrscheinlichkeitsfunktion und Dichtefunktion ..	73
II. Verteilungsfunktion und Intervallwahrscheinlichkeit	75
III. Randverteilung	77
IV. Bedingte Verteilung	80

V.	Stochastische Unabhängigkeit	81
VI.	Parameter	82
	1. Erwartungswert und Varianz	82
	2. Bedingter Erwartungswert	83
	3. Kovarianz	83
	4. Korrelationskoeffizient	85
11. Kapitel:	Spezielle diskrete Wahrscheinlichkeitsmodelle ...	85
I.	0,1-Variable und Summen von 0,1-Variablen	85
II.	Fragestellungen der Modelle	87
III.	Geometrische Verteilung	87
	1. Fragestellung und Modell	87
	2. Wahrscheinlichkeits- und Verteilungsfunktion ...	88
	3. Erwartungswert und Varianz	88
	4. Beispiel	88
IV.	Binomialverteilung	89
	1. Fragestellung und Modell	89
	2. Wahrscheinlichkeits- und Verteilungsfunktion ...	90
	3. Erwartungswert und Varianz	90
	4. Beispiel	91
	5. Anmerkungen	92
V.	Hypergeometrische Verteilung	92
	1. Fragestellung und Modell	92
	2. Wahrscheinlichkeits- und Verteilungsfunktion ...	93
	3. Erwartungswert und Varianz	94
	4. Beispiel	94
	5. Anmerkungen	94
VI.	Poissonverteilung	95
	1. Fragestellung und Modell	95
	2. Wahrscheinlichkeits- und Verteilungsfunktion ...	95
	3. Erwartungswert und Varianz	96
	4. Beispiel	96
	5. Anmerkungen	96
12. Kapitel:	Spezielle stetige Wahrscheinlichkeitsmodelle ...	97
I.	Die stetigen Modelle allgemein	97
II.	Normalverteilung	97
	1. Bedeutung der Normalverteilung	97
	2. Allgemeine Normalverteilung	98

Inhalt

3. Flächen und Wahrscheinlichkeiten bei Normalverteilungen	100
4. Standardnormalverteilung	101
5. Bestimmung der Wahrscheinlichkeiten	101
a) Bestimmung der Werte der Verteilungsfunktion	101
b) Bestimmung der symmetrischen Intervallwahrscheinlichkeiten	102
6. Zwei wichtige Sätze	103
III. Exponentialverteilung	104
1. Bedeutung der Exponentialverteilung	104
2. Dichtefunktion und Verteilungsfunktion	105
3. Erwartungswert und Varianz	105
4. Beispiel	105
IV. Einfache lineare Verteilungen	106
1. Nützlichkeit derartiger Verteilungen	106
2. Gleich- oder Rechtecksverteilung	106
3. Linksschiefe Dreiecksverteilung	107
4. Rechtsschiefe Dreiecksverteilung	107
5. Symmetrische Dreiecksverteilung	108
6. Symmetrische V-Verteilung	108
V. Testverteilungen	109
1. Bedeutung von Testverteilungen	109
2. χ^2 -Verteilung	110
3. t-Verteilung	110
4. F-Verteilung	111
13. Kapitel: Grenzwertsätze	111
I. Das Gesetz der großen Zahlen	111
II. Die Ungleichung von Tschebyschev	112
III. Der zentrale Grenzwertsatz	112

3. Teil

Schließende Statistik

1. Kapitel: Statistische Schlußweise (Inferenz)	114
I. Statistische Schlußweise und die Hilfe der Wahrscheinlichkeitsrechnung	114
II. Mittelwerte und Anteilssätze (heterograde und homograde Statistik)	115

Inhalt

III.	Die Zufallsstichprobe, auf der die statistische Schlußweise beruht	116
IV.	Parametrische und nichtparametrische Inferenz- verfahren	117
2. Kapitel:	Schätztheorie	117
I.	Grundgedanke und Grundbegriffe	117
1.	Was will eine Schätzung	117
2.	Grundbegriffe	118
a)	Die Stichprobe	118
b)	Zahl der möglichen Stichproben	118
c)	Die Schätzfunktion	119
d)	Die Güte einer Schätzung	119
II.	Arten von Schätzungen	119
III.	Punktschätzung	120
1.	Die Schätzung als Punkt im Variablenraum	120
2.	Die Momentmethode	120
3.	Die Maximum-Likelihood-Methode	121
4.	Eigenschaften guter Schätzfunktionen	123
a)	Erwartungstreue	123
b)	Konsistenz	124
c)	Effizienz	124
d)	Suffizienz	124
e)	Asymptotische Normalverteilung	124
5.	Erwartungstreue Punktschätzung für Mittelwert und Varianz (heterograde Fall)	124
6.	Erwartungstreue Punktschätzung beim Anteils- satz (homograde Fall)	128
IV.	Konfidenzintervalle	129
V.	Intervallschätzung bei großen Stichproben	132
1.	Die Intervallschätzung	132
2.	Intervallschätzung für einen Mittelwert der Grundgesamtheit (heterograde Fall)	133
3.	Intervallschätzung für einen Anteilssatz der Grundgesamtheit (homograde Fall)	136
VI.	Schätzfehler, Intervalllänge und Stichprobenumfang	138
VII.	Intervallschätzung bei kleinen Stichproben	142
VIII.	Intervallschätzung für die Varianz	143
IX.	Ankunfts- und benötigte Versandmenge	145

3. Kapitel: Testtheorie	146
I. Grundgedanke	146
II. Statistisch-theoretische Grundlagen	149
1. Teststatistik und kritischer Wert	149
2. Fehlerarten	153
3. Operationscharakteristik und Gütefunktion	154
4. Die 5 Elemente eines statistischen Tests	160
III. Arten von Tests	161
1. Ein- und zweiseitige Tests	161
2. Ein- und Zwei-Stichprobenproblem	162
3. Parameter- und Anpassungstests	162
4. Nichtparametrische (verteilungsfreie) und parametrische Tests	162
IV. Die einzelnen statistischen Testverfahren	162
1. Vorgehensweise bei einem statistischen Test	162
2. Unterschied bei Anteilssätzen und Mittelwerten beim Ein-Stichprobenproblem	163
a) Unterschied bei Anteilssätzen (homograde Fall)	163
b) Unterschied bei Mittelwerten (heterograde Fall)	164
3. Unterschied bei Anteilssätzen und Mittelwerten beim Zwei-Stichprobenproblem	165
a) Unterschied bei Anteilssätzen (homograde Fall)	165
b) Unterschied bei Mittelwerten (heterograde Fall)	167
4. Unterschied bei Varianzen	169
a) Ein-Stichprobenproblem	169
b) Zwei-Stichprobenproblem	170
5. Test des Korrelationskoeffizienten gegen 0	171
6. χ^2 -Test	172
a) Anpassungstest	172
b) Unabhängigkeitstest	178
V. Abschließende Bemerkungen	181
Tabellenanhang	183
Verzeichnis der Abbildungen	192
Verzeichnis der Tabellen	194
Sachverzeichnis	197