

Alfred Mertins

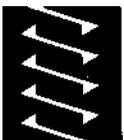
Signaltheorie

Grundlagen der Signalbeschreibung, Filterbänke, Wavelets,
Zeit-Frequenz-Analyse, Parameter- und Signalschätzung

2., überarbeitete und erweiterte Auflage

Mit 158 Abbildungen und 5 Tabellen

STUDIUM



VIEWEG+
TEUBNER

Inhaltsverzeichnis

1	Signale und Signalräume	1
1.1	Charakterisierung von Signalen	1
1.2	Häufig verwendete Testsignale	4
1.3	Signalräume	9
1.3.1	Vektorräume	10
1.3.2	Metrische Räume	12
1.3.3	Normierte Räume	13
1.3.4	Räume mit Skalarprodukt	15
2	Prinzipien der diskreten und integralen Signaltransformation	20
2.1	Orthogonale Reihenentwicklungen	21
2.1.1	Berechnung des Repräsentanten	21
2.1.2	Orthogonale Projektion	21
2.1.3	Gram-Schmidt-Orthonormalisierungsverfahren	23
2.1.4	Das Parseval'sche Theorem	23
2.1.5	Vollständige orthonormale Funktionensysteme	24
2.1.6	Die Fourier-Reihenentwicklung	25
2.2	Allgemeine Reihenentwicklungen	26
2.2.1	Berechnung des Repräsentanten	26
2.2.2	Orthogonale Projektion	29
2.2.3	Orthogonale Projektion von N-Tupeln	31
2.3	Integraltransformationen	33
3	Zeitkontinuierliche Signale und Systeme	37
3.1	Beschreibung linearer zeitinvarianter Systeme im Zeitbereich	37
3.2	Die Fourier-Transformation	43
3.2.1	Definition	43
3.2.2	Eigenschaften der Fourier-Transformation	45

3.2.3	Symmetrien der Fourier-Transformation	52
«* 3.2.4	Das Gibbs'sche Phänomen	54
3.2.5	Energiedichte und Korrelation deterministischer Signale	55
3.2.6	Energiedichte und Korrelation bei der Übertragung durch LTI-Systeme *	57
3.3	Frequenzbereichsanalyse von LTI-Systemen	58
3.3.1	Betrag, Phase und Gruppenlaufzeit	58
3.3.2	Ideale und reale Filter	60
3.4	Die Hilbert-Transformation	62
3.5	Repräsentation von Bandpasssignalen	63
4	Diskrete Signale und Systeme	70
4.1	Abtastung zeitkontinuierlicher Signale	70
4.1.1	Die Impulsfolge und ihr Spektrum	70
4.1.2	Die ideale Abtastung	71
4.2	Eingangs-Ausgangs-Beziehungen diskreter LTI-Systeme	77
4.3	Die zeitdiskrete Fourier-Transformation	82
4.4	Korrelation und Energiedichte	84
4.5	Die Z-Transformation	86
4.5.1	Definition und Konvergenzeigenschaften	86
4.5.2	Die inverse Z-Transformation	89
4.5.3	Eigenschaften der Z-Transformation	90
4.6	Analyse diskreter LTI-Systeme	95
4.6.1	Null- und Polstellen von FIR-Filtern	95
4.6.2	Entwurf von FIR-Filtern mit der Fenstertechnik	99,
4.6.3	Pol- und Nullstellen von IIR-Filtern "	104
4.7	Die Chirp-Z-Transformation	108
5	Diskrete Blocktransformationen	111
5.1	Die diskrete Fourier-Transformation (DFT)	111
5.2	Die schnelle Fourier-Transformation x	119
5.2.1	Radix-2-Decimation-in-Time-FFT	119
5.2.2	Radix-2-Decimation-in-Frequency-FFT	122
5.2.3	Radix-4-FFT	123
5.2.4	Split-Radix-FFT	124
5.2.5	Weitere FFT-Algorithmen	125
5.3	Die schnelle Faltung auf Basis der FFT	127
5.4	Die diskrete Kosinustransformation	129
5.5	Die diskrete Sinustransformation	132
5.6	Hadamard- und Walsh-Hadamard-Transformation ^	132

6	Charakterisierung und Transformation zufälliger Prozesse	134
6.1	Eigenschaften von Zufallsvariablen	134
6.2	Zeitkontinuierliche Zufallsprozesse.	138
6.2.1	Korrelationsfunktionen und Stationarität	139
6.2.2	Spektrale Leistungsdichte.	142
6.2.3	Transformation stochastischer Prozesse durch lineare Systeme	144
6.2.4	Stationäre Bandpassprozesse.	145
6.3	Die zeitkontinuierliche Karhunen-Loeve-Transformation.	147
6.4	Zeitdiskrete Zufallsprozesse.	150
6.4.1	Korrelation und Leistungsdichte.	151
6.4.2	Transformation zeitdiskreter Zufallsprozesse durch lineare Systeme.	152
6.4.3	Korrelationsmatrizen	153
6.4.4	Schätzung von Autokorrelationsfolgen und Leistungsdichte- spektren	154
6.5	Die diskrete Karhunen-Loeve-Transformation	156
6.6	Karhunen-Loeve-Transformation reellwertiger AR(1)-Prozesse	161
6.7	Whitening-Transformation.	163
6.8	Independent Component Analysis.	164
7	Filterbänke	169
7.1	Zwei-Kanal-Filterbänke.	170
7.1.1	Beziehungen zwischen Ein- und Ausgang	170
7.1.2	Quadratur-Spiegel-Filter.	172
7.1.3	Perfekt rekonstruierende Zwei-Kanal-Filterbänke.	172
7.1.4	Polyphasendarstellung perfekt rekonstruierender Zwei-Kanal- Filterbänke.	175
7.1.5	Paraunitäre Zwei-Kanal-Filterbänke.	178
7.1.6	Paraunitäre Filterbank in Lattice-Struktur.	182
7.1.7	Lifting-Strukturen	183
7.2	Filterbänke in Baumstruktur	185
7.3	Gleichförmige M-Kanal-Filterbänke	187
7.3.1	Filterung und Abtastratenumsetzung.	187
7.3.2	Beziehungen zwischen Ein- und Ausgang einer M-Kanal- Filterbank	190
7.3.3	Polyphasendarstellung	191
7.3.4	Paraunitäre Filterbänke.	194
7.3.5	Entwurf kritisch abgetasteter FIR-Filterbänke.	194
7.4	DFT-Filterbänke.	195
7.5	Kosinus-modulierte Filterbänke.	198
7.5.1	Die modulierte überlappende Transformation.	199

7.5.2	„Allgemeine kosinus-modulierte Filterbänke mit kritischer Abtastung	202
7.5.3	Überabgetastete kosinus-modulierte Filterbänke.	207
7.5.4	Pseudo-QMF-Bänke.	207
7.6	Überlappende orthogonale Transformationen.	208
7.7	Analyse von Filterbank-Eigenschaften.	209
7.7.1	Frame-Analyse.	210
7.7.2	Bifrequenzanalyse.	211
7.8	Eigenschaften von Zufallsprozessen in Multiraten-Systemen.	214
7.8.1	Bispektren stationärer und instationärer Prozesse.	214
7.8.2	Effekte der Abtastratenumsetzung.	215
7.8.3	Signalstatistik in gleichförmigen Filterbänken.	217
7.9	Teilbandzerlegung endlich langer Signale.	220
7.10	Teilbandcodierung von Bildern.	224
7.11	Transmultiplexer-Filterbänke.	225
8	Kurzzeit-Fourier-Transformation	227
8.1	Transformation analoger Signale	227
8.1.1	Definition	227
8.1.2	Zeit-Frequenz-Auflösung	229
8.1.3	Die Unschärferelation.	231
8.1.4	Das Spektrrogramm.	232
8.1.5	Integrale Rücktransformation.	234
8.1.6	Diskrete Rücktransformation.	234
8.2	Transformation zeitdiskreter Signale	236
8.2.1	Die schnelle Faltung mittels der STFT.	238
8.3	Spektrale Subtraktion auf Basis der STFT.	240
9	Die Wavelet-Transformation	242
9.1	Die zeitkontinuierliche Wavelet-Transformation.	242
9.2	Wavelets für die Zeit-Skalen-Analyse.	246
9.3	Integrale Rücktransformation.	249
9.4	Wavelet-Reihen.	250
9.4.1	Dyadische Abtastung	250
9.4.2	Erhöhung der Frequenzauflösung durch die Aufteilung von Oktaven.	253
9.5	Die diskrete Wavelet-Transformation	254
9.5.1	Das Konzept der Mehrfach-Auflösung	254
9.5.2	Signalanalyse durch Multiraten-Filterung	260
9.5.3	Wavelet-Synthese durch Multiraten-Filterung.	261
9.6	Konstruktion von Wavelets durch Vorgabe von Filterkoeffizienten	263
9.6.1	Die allgemeine Vorgehensweise.	263

9.6.2	Momente	267
9.6.3	Regularität	268
9.6.4	Wavelets mit endlicher Zeitdauer.	269
9.7	Wavelet-Familien	269
9.7.1	Biorthogonale linearphasige Wavelets.	269
9.7.2	Orthonormale Daubechies-Wavelets.	274
9.7.3	Coiflets	276
9.8	Wavelet-Transformation zeitdiskreter Signale.	278
9.8.1	Der \hat{A} -Trous-Algorithmus.	279
9.8.2	Zeitdiskretes Morlet-Wavelet	283
9.9	Die Dual-Tree-Wavelet-Transformation.	284
9.10	Wavelet-basierte Bildkompression	285
9.11	Spärliche Wavelet-Repräsentationen und ihre Anwendungen.	287
9.11.1	Erzeugung spärlicher Repräsentationen	287
9.11.2	Wavelet-basierte Rauschreduktion	289
9.11.3	Komprimierte Abtastung	291
10	Zeit-Frequenz-Verteilungen	293
10.1	Ambiguitätsfunktion	293
10.2	Wigner-Verteilung	297
10.2.1	Definition und Eigenschaften.	297
10.2.2	Beispiele von Zeit-Frequenz-Verteilungen	301
10.2.3	Kreuzterme und Kreuz-Wigner-Verteilungen	304
10.2.4	Einfluss linearer Operationen.	307
10.3	Allgemeine Zeit-Frequenz-Verteilungen	308
10.3.1	Verschiebungsinvariante Zeit-Frequenz-Verteilungen.	308
10.3.2	Beispiele verschiebungsinvarianter Zeit-Frequenz-Verteilungen	311
10.3.3	Affin-invariante Zeit-Frequenz-Verteilungen	316
10.3.4	Zeitdiskrete Berechnung von Zeit-Frequenz-Verteilungen	317/
10.4	Wigner-Ville-Spektrum	319
11	Parameter- und Signalschätzung	325
11.1	Prinzipien der Parameterschätzung	325
11.1.1	Maximum-a-posteriori-Schätzung.	325
11.1.2	Maximum-Likelihood-Schätzung	328
11.1.3	Schätzung mit minimalem quadratischen Fehler.	330
11.1.4	Eigenschaften von Schätzverfahren.	331
11.2	Lineare Parameterschätzung	332
11.2.1	Lineare erwartungstreue Schätzungen.	332
11.2.2	Lineare Schätzungen mit minimalem mittleren quadratischen Fehler (MMSE-Schätzer).	335
11.3	Lineare Optimalfilter	342

11.3.1	Wiener-Filter ohne Einschränkung der Filterlänge	342
11.3.2	Wiener-Filter mit endlicher Länge	345
11.3.3	Lineare Prädiktion um einen Schritt	348
11.3.4	Prädiktorentwurf auf Basis endlicher Datenmengen	352
11.4	Mehrkanalige Optimalfilter	355
11.4.1	Beschreibung der mehrkanaligen Filterung	355
11.4.2	Das MINT-Theorem	358
11.4.3	Mehrkanalige lineare Optimalfilter	360
11.4.4	Blinde Quellentrennung	364
Anhang		366
A.1	Methoden zur Verarbeitung von N-Tupeln	366
A.1.1	QR-Zerlegung	366
A.1.2	Die Moore-Penrose-Pseudoinverse	367
A.1.3	Der Nullraum	369
A.1.4	Householder-Transformationen	370
A.1.5	Givens-Rotationen	373
A.2	Multivariate Gaußprozesse	375
A.3	Korrespondenztabelle	377
Literaturverzeichnis		379
Sachverzeichnis		388