

Ulrich Kregel

Einführung in die Wahrscheinlichkeits- theorie und Statistik

7., überarbeitete Auflage

Inhaltsverzeichnis

<i>Kapitel I</i>	Diskrete Wahrscheinlichkeitsräume	1
§ 1	Modelle für Zufallsexperimente, Abzählmethoden	1
1.1	Endliche Wahrscheinlichkeitsräume	2
1.2	Einfache Urnenmodelle	6
1.3	Anwendungsbeispiele	10
1.4	Die hypergeometrische Verteilung	12
1.5	Vereinigungen von Ereignissen	12
1.6	Multinomialkoeffizienten	14
1.7	Runs*	14
1.8	Einfache Identitäten für Binomialkoeffizienten	15
	Anhang*	17
	Aufgaben	19
§2	Bedingte Wahrscheinlichkeit und Unabhängigkeit	21
2.1	Definition und Eigenschaften bedingter Wahrscheinlichkeiten	21
2.2	Unabhängigkeit	25
2.3	Produktexperimente	27
2.4	Einige Verteilungen für Produktexperimente	29
2.5	Diskrete Wahrscheinlichkeitsräume	31
2.6	Konstruktion von Wahrscheinlichkeitsräumen aus bedingten Wahrscheinlichkeiten	32
2.7	Austauschbare Verteilungen*	34
2.8	Genetische Modelle*	35
2.9	Bedingte Wahrscheinlichkeit und Scheinkorrelation*	37
	Anmerkungen*	39
	Aufgaben	40
§3	Zufallsvariable, Erwartungswert, Varianz	42
3.1	Verteilungen von Zufallsvariablen	42
3.2	Unabhängigkeit	45
3.3	Erwartungswerte	46
3.4	Das Rechnen mit Indikatorfunktionen	49
3.5	Varianz und Kovarianz	52
3.6	Das schwache Gesetz der großen Zahlen	56
	Aufgaben	58
§ 4	Grundbegriffe der Schätztheorie	60
4.1	Der allgemeine Rahmen von Schätzproblemen	61
4.2	Maximum-Likelihood-Schätzer	62
4.3	Erwartungstreue	63
4.4	Der mittlere quadratische Fehler	65

4.5	Die Informationsungleichung*	66
4.6	Konsistenz*	68
4.7	Konfidenzintervalle	69
	Aufgaben	74
§ 5	Approximationen der Binomialverteilung	76
5.1	Approximation von $n!$ und $b_{n,p}(k)$	76
5.2	Der Satz von de Moivre-Laplace	80
5.3	Anwendungen	83
5.4	Die Poisson-Approximation	85
	Anhang	89
	Aufgaben	90
§6	Tests	92
6.1	Beispiel der „tea tasting Lady“	92
6.2	Grundbegriffe der Testtheorie	94
6.3	Mehr zur „tea tasting Lady“	95
6.4	Ein verfeinertes Modell für den Tee-Test*	97
6.5	Beispiel des Testens der Existenz von außersinnlicher Wahrnehmung*	99
6.6	Eine Erweiterung des Testbegriffs: Randomisierte Tests	100
6.7	Tests einfacher Hypothesen gegen einfache Alternativen	101
6.8	Anwendung auf zusammengesetzte Alternativen	103
6.9	Allgemeine Hinweise zur Testtheorie	103
6.10	p-Werte*	104
	Aufgaben	105
§ 7	Erzeugende Funktionen*	107
	Verzweigungsprozesse	111
	Aufgaben	113
§8	Entropie und Codierung*	114
8.1	Der Quellen-Codierungssatz	114
8.2	Anwendung auf mehrstufige Zufallsexperimente	117
	Aufgaben	118
§9	Laufzeitanalysen von rekursiven Algorithmen*	120
	Aufgaben	126
Kapitel II Allgemeine Modelle		127
§ 10	Wahrscheinlichkeitsmaße mit Dichten	127
10.1	σ -Algebren und allgemeine Wahrscheinlichkeitsmaße	127
10.2	Beispiele von Verteilungen mit Dichten	130
	Anhang*	135
	Aufgaben	137

- >11 Zufallsvariable und ihre Momente 139
 - 11.1 Messbare Funktionen 139
 - 11.2 Verteilungen von Zufallsvariablen 141
 - 11.3 Unabhängigkeit 142
 - 11.4 Erwartungswerte 144
 - 11.5 Mehrdimensionale Dichtetransformation und Normalverteilung* . . 146
 - Aufgaben 150

- > 12 Grenzwertsätze* 152
 - 12.1 Das starke Gesetz der großen Zahlen 152
 - 12.2 Normale Zahlen* 156
 - 12.3 Der Zentrale Grenzwertsatz 157
 - Anhang 161
 - Aufgaben 162

- j 13 Schätzverfahren und Fehlerrechnung. 163
 - 13.1 Maximum-Likelihood-Schätzungen bei Dichten 163
 - 13.2 Konfidenzintervalle. 165
 - 13.3 Das Fehlerfortpflanzungsgesetz* 166
 - 13.4 Die Methode der kleinsten Quadrate 167
 - 13.5 Mediän, Ausreißer und Robuste Schätzer* 169
 - Anhang* 171
 - Aufgaben 173

- j 14 Einige wichtige Testverfahren. 174
 - 14.1 Der *t-Test*. 174
 - 14.2 Einfache Varianzanalyse* 179
 - 14.3 χ^2 -Tests 181
 - 14.4 Nichtparametrische Tests 186
 - Anhang 191
 - Aufgaben 193

Kapitel III Markowsche Ketten 194

- § 15 Die markowsche Eigenschaft 194
 - 15.1 Definition und Beispiele 194
 - 15.2 Einfache Folgerungen aus der markowschen Eigenschaft 196
 - 15.3 Stationäre Übergangswahrscheinlichkeiten 197
 - 15.4 Absorptionswahrscheinlichkeiten 199
 - 15.5 Absorptionsverteilungen* 200
 - Aufgaben 202

- § 16 Das Verhalten markowscher Ketten in langen Zeiträumen 204
 - 16.1 Ketten mit endlich vielen Zuständen 204
 - 16.2 Kommunizierende Zustände und Periodizität 207

16.3	Rekurrenz und Transienz	209
	Anhang	214
	Aufgaben	215
§ 17	Der Erneuerungssatz	217
17.1	Die Erneuerungsgleichung	217
17.2	Anwendung auf Übergangswahrscheinlichkeiten	220
17.3	Bestimmung der ma	222
	Aufgaben	225
§ 18	Der Poisson-Prozess	226
18.1	Charakterisierung des Poisson-Prozesses	226
18.2	Sprungzeiten beim Poisson-Prozess*	229
	Aufgaben	231
	Hinweise zum Weiterlesen	233
	Lösungen der mit (L) gekennzeichneten Aufgaben	235
	Literaturverzeichnis	242
	Tabellen	246
	Symbolverzeichnis	251
	Namen- und Sachwortverzeichnis	252