

---

Hans Benker

# MATHEMATICA kompakt

Mathematische Problemlösungen  
für Ingenieure, Mathematiker  
und Naturwissenschaftler

# Inhaltsverzeichnis

## TEIL I: Einführung in MATHEMATICA

<b>1</b>	<b>Einleitung</b> .....	<b>1</b>
1.1	Mathematische Berechnungen mit dem Computer.....	1
1.1.1	Anwendung der Computeralgebra.....	2
1.1.2	Anwendung der Numerischen Mathematik (Numerik).....	4
1.1.3	Computerprogramme für mathematische Berechnungen (Mathematikprogramme).....	4
1.1.4	Computerprogramme für Tabellenkalkulation (Tabellekalkulationsprogramme).....	5
1.2	Mathematikprogramm (Computeralgebraprogramm, Computeralgebrasystem) MATHEMATICA.....	5
1.2.1	Entwicklung durch WOLFRAM RESEARCH.....	6
1.2.2	Einsatzgebiete und Fähigkeiten.....	6
1.2.3	Suchmaschine WOLFRAM ALPHA.....	7
1.3	Weitere Mathematikprogramme.....	8
1.3.1	MAPLE.....	9
1.3.2	MATHECAD.....	9
1.3.3	MATLAB.....	10
1.3.4	MuPAD.....	11
1.4	Tabellekalkulationsprogramme.....	11
1.4.1	Fähigkeiten für mathematische Berechnungen.....	11
1.4.2	EXCEL.....	12
<b>2</b>	<b>Hilfen für MATHEMATICA</b> .....	<b>13</b>
2.1	Einführung.....	13
2.2	Hilfemenü von MATHEMATICA.....	13
2.3	Fehlermeldungen von MATHEMATICA.....	14
2.3.1	Eingabefehler.....	14
2.3.2	Berechnungsfehler.....	14
2.4	MATHEMATICA im Internet.....	15
<b>3</b>	<b>Aufbau (Struktur) von MATHEMATICA</b> .....	<b>17</b>
3.1	Einführung.....	17
3.2	Begrüßungsfenster von MATHEMATICA.....	17
3.3	Notebook (Bedienoberfläche/Benutzeroberfläche) von MATHEMATICA.....	19
3.3.1	Menüleiste des Notebooks (Notebook-Menü).....	20
3.3.2	Ein- und Ausgaben (Ein- und Ausgabezellen) im Notebook.....	20
3.3.3	Korrekturen im Notebook.....	23
3.4	Kern (Kernel) von MATHEMATICA.....	23
3.5	Erweiterungspakete (Packages) für MATHEMATICA.....	23
3.6	MATHEMATICA als Programmiersprache.....	24
3.7	Datenstrukturen in MATHEMATICA.....	24
<b>4</b>	<b>Arbeit mit MATHEMATICA</b> .....	<b>25</b>
4.1	Einführung.....	25
4.2	Interaktive Arbeit mit MATHEMATICA.....	25
4.3	Mathematische Berechnungen mit MATHEMATICA.....	25
4.3.1	Exakte (symbolische) Berechnungen (Computeralgebra-Anwendung)....	26
4.3.2	Numerische (näherungsweise) Berechnungen (Numerik-Anwendung)....	26
4.3.3	Eingabe durchzuführender Berechnungen in ein Notebook.....	27

4.3.4	Fähigkeiten für symbolische und numerische Berechnungen.....	27
4.3.5	Vorgehensweise bei Berechnungen.....	28
4.4	Programmiermöglichkeiten mit MATHEMATICA.....	30
4.5	Text in MATHEMATICA.....	31
4.5.1	Zeichenketten (Zeichenfolgen).....	31
4.5.2	Texteingabe.....	32
4.5.3	Textausgabe.....	33
<b>5</b>	<b>Zahlen.....</b>	<b>35</b>
5.1	Einführung.....	35
5.2	Reelle Zahlen.....	35
5.2.1	Ganze Zahlen und Brüche ganzer Zahlen in MATHEMATICA.....	36
5.2.2	Endliche Dezimalzahlen in MATHEMATICA.....	37
5.2.3	Rechenoperationen und Berechnungen mit MATHEMATICA.....	37
5.3	Komplexe Zahlen.....	39
5.3.1	Darstellung in MATHEMATICA.....	39
5.3.2	Rechenoperationen in MATHEMATICA.....	39
5.4	Umwandlung von Zahlen in MATHEMATICA.....	41
<b>6</b>	<b>Konstanten.....</b>	<b>43</b>
6.1	Einführung.....	43
6.2	MATHEMATICA-Konstanten.....	43
<b>7</b>	<b>Variablen.....</b>	<b>45</b>
7.1	Einführung.....	45
7.2	Variablen in MATHEMATICA.....	45
7.2.1	Variablennamen.....	45
7.2.2	Eigenschaften von Variablen.....	46
7.3	Variablenarten in MATHEMATICA.....	47
7.3.1	Einfache und indizierte Variablen.....	47
7.3.2	Symbolische und numerische Variablen.....	48
7.3.3	Lokale und globale Variablen.....	49
<b>8</b>	<b>Listen in MATHEMATICA.....</b>	<b>51</b>
8.1	Einführung.....	51
8.2	Arten von Listen.....	51
8.3	Ein- und zweidimensionale Listen.....	53
8.4	Zugriff auf Listenelemente.....	54
8.5	Rechenoperationen mit Listen.....	55
8.6	Eingabe und Ausgabe (Import und Export) von Listen (Dateien).....	57
<b>9</b>	<b>Funktionen, Kommandos und Anweisungen (Befehle) in MATHEMATICA.....</b>	<b>61</b>
9.1	Einführung.....	61
9.2	MATHEMATICA-Funktionen.....	61
9.2.1	Funktionen der Mathematik (mathematische Funktionen).....	63
9.2.2	Funktionen zur Berechnung mathematischer Probleme.....	63
9.3	MATHEMATICA-Kommandos.....	63
9.4	MATHEMATICA-Anweisungen (MATHEMATICA-Befehle).....	63

<b>10 Programmierung mit MATHEMATICA.....</b>	<b>65</b>
10.1 Einführung.....	65
10.2 Operatoren der prozeduralen Programmierung in MATHEMATICA.....	65
10.2.1 Arithmetische Operatoren.....	65
10.2.2 Vergleichsoperatoren und Vergleichsausdrücke.....	66
10.2.3 Logische Operatoren und logische Ausdrücke.....	66
10.3 Anweisungen (Befehle) der prozeduralen Programmierung in MATHEMATICA.....	67
10.3.1 Zuweisungen (Zuweisunsanweisungen).....	67
10.3.2 Verzweigungen (Verzweigungsanweisungen).....	69
10.3.3 Schleifen (Laufanweisungen).....	70
10.4 Prozedurale Programme mit MATHEMATICA.....	73
10.4.1 Programmstruktur.....	74
10.4.2 Funktionsprogramme (Funktionsdefinitionen).....	74
10.4.3 Programmierfehler.....	75
 <b>TEIL II: Anwendung von MATHEMATICA in Grundgebieten der Mathematik (Ingenieurmathematik)</b>	
<b>11 Mathematische Funktionen.....</b>	<b>77</b>
11.1 Einführung.....	77
11.2 Funktionen in der Mathematik.....	77
11.2.1 Elementare mathematische Funktionen.....	78
11.2.2 Höhere mathematische Funktionen.....	78
11.3 Mathematische Funktionen in MATHEMATICA.....	78
11.3.1 Integrierte (vordefinierte) Funktionen.....	79
11.3.2 Definition mathematischer Funktionen.....	80
11.4 Approximation mathematischer Funktionen.....	81
11.4.1 Einführung.....	81
11.4.2 Interpolation.....	83
11.4.3 Quadratmittelapproximation (Methode der kleinsten Quadrate).....	83
11.5 Approximation mathematischer Funktionen mit MATHEMATICA.....	85
11.5.1 Interpolation mit MATHEMATICA.....	85
11.5.2 Quadratmittelapproximation mit MATHEMATICA.....	86
<b>12 Punkte, Kurven und Flächen und ihre grafischen Darstellungen.....</b>	<b>89</b>
12.1 Einführung.....	89
12.2 Anwendung von MATHEMATICA.....	89
12.3 Punkte.....	90
12.3.1 Punkte im zweidimensionalen und dreidimensionalen Raum.....	90
12.3.2 Grafische Darstellungen mit MATHEMATICA.....	90
12.4 Ebene Kurven.....	92
12.4.1 Analytische Darstellungen.....	92
12.4.2 Grafische Darstellungen mit MATHEMATICA.....	93
12.5 Kurvendiskussionen mit MATHEMATICA.....	95
12.6 Raumkurven.....	96

12.6.1 Analytische Darstellungen.....	96
12.6.2 Grafische Darstellungen mit MATHEMATICA.....	96
12.7 Flächen.....	97
12.7.1 Analytische Darstellungen im dreidimensionalen Raum.....	97
12.7.2 Grafische Darstellungen mit MATHEMATICA.....	97
<b>13 Umformung und Berechnung mathematischer Ausdrücke.....</b>	<b>101</b>
13.1 Einführung.....	101
13.2 Mathematische Ausdrücke.....	101
13.3 Mathematische Ausdrücke in MATHEMATICA.....	102
13.4 Umformung mathematischer Ausdrücke mit MATHEMATICA.....	103
13.4.1 Vereinfachung algebraischer Ausdrücke.....	103
13.4.2 Multiplizieren und Potenzieren mathematischer Ausdrücke.....	104
13.4.3 Faktorisierung ganzrationaler Ausdrücke.....	104
13.4.4 Partialbruchzerlegung gebrochenrationaler Ausdrücke.....	105
13.4.5 Umformung trigonometrischer Ausdrücke.....	107
13.4.6 Weitere Umformungen.....	108
13.5 Berechnung mathematischer Ausdrücke mit MATHEMATICA.....	108
<b>14 Kombinatorik.....</b>	<b>111</b>
14.1 Einführung.....	111
14.2 Fakultät und Binomialkoeffizient in MATHEMATICA.....	111
14.3 Permutationen, Variationen und Kombinationen mit MATHEMATICA.....	112
<b>15 Matrizen, Vektoren und Determinanten.....</b>	<b>115</b>
15.1 Matrizen.....	115
15.2 Vektoren.....	115
15.3 Matrizen und Vektoren in MATHEMATICA.....	116
15.3.1 Eingabe von Matrizen und Vektoren.....	116
15.3.2 Erzeugung von Matrizen.....	118
15.3.3 Zugriff auf Matrixelemente und Vektorkomponenten.....	119
15.3.4 Einlesen und Ausgabe von Matrizen und Vektoren.....	121
15.4 MATHEMATICA-Matrixfunktionen.....	121
15.5 Determinanten.....	122
15.5.1 Einführung.....	122
15.5.2 Berechnung mit MATHEMATICA.....	123
15.6 Eigenwertaufgaben für Matrizen.....	124
15.6.1 Aufgabenstellung.....	124
15.6.2 Berechnung mit MATHEMATICA.....	125
<b>16 Rechenoperationen für Matrizen und Vektoren.....</b>	<b>127</b>
16.1 Rechenoperationen für Matrizen und Anwendung von MATHEMATICA.....	127
16.1.1 Transponieren.....	127
16.1.2 Addition und Subtraktion.....	128
16.1.3 Multiplikation.....	128
16.1.4 Inversion.....	129
16.2 Produkte von Vektoren und Berechnung mit MATHEMATICA.....	131

16.2.1	Produkte von Vektoren.....	131
16.2.2	Berechnung mit MATHEMATICA.....	132
<b>17</b>	<b>Gleichungen und Ungleichungen.....</b>	<b>135</b>
17.1	Einführung.....	135
17.1.1	Definition von Gleichungen.....	135
17.1.2	Arten von Gleichungen.....	135
17.1.3	Lösung von Gleichungen.....	136
17.2	Lineare Gleichungssysteme.....	136
17.2.1	Lösungstheorie.....	137
17.2.2	Lösungsberechnung mit MATHEMATICA.....	137
17.3	Polynomgleichungen.....	142
17.3.1	Lösungstheorie.....	142
17.3.2	Lösungsberechnung mit MATHEMATICA.....	143
17.4	Nichtlineare Gleichungssysteme.....	145
17.4.1	Allgemeine nichtlineare Gleichungssysteme.....	145
17.4.2	Lösungsmethoden.....	146
17.4.3	Lösungsberechnung mit MATHEMATICA.....	146
17.5	Ungleichungen.....	148
<b>18</b>	<b>Differentialrechnung.....</b>	<b>149</b>
18.1	Einführung.....	149
18.2	Ableitungen.....	149
18.2.1	Ableitungen für Funktionen von n Variablen.....	149
18.2.2	Berechnung mit MATHEMATICA.....	150
18.3	Taylorentwicklung.....	152
18.3.1	Einführung.....	152
18.3.2	Berechnung mit MATHEMATICA.....	153
18.4	Grenzwerte.....	154
18.4.1	Einführung.....	154
18.4.2	Berechnung mit MATHEMATICA.....	154
<b>19</b>	<b>Integralrechnung.....</b>	<b>157</b>
19.1	Einführung.....	157
19.2	Unbestimmte Integrale.....	158
19.2.1	Definition.....	158
19.2.2	Exakte Berechnung mit MATHEMATICA.....	158
19.2.3	Numerische (näherungsweise) Berechnung mit MATHEMATICA.....	160
19.3	Bestimmte Integrale.....	161
19.3.1	Definition.....	161
19.3.2	Exakte Berechnung mit MATHEMATICA.....	162
19.3.3	Numerische (näherungsweise) Berechnung mit MATHEMATICA.....	163
19.4	Uneigentliche Integrale.....	164
19.4.1	Einführung.....	165
19.4.2	Berechnung mit MATHEMATICA.....	165
19.5	Mehrfache Integrale.....	166

<b>20 Reihen (Summen) und Produkte.....</b>	<b>169</b>
20.1 Einführung.....	169
20.2 Endliche Reihen (Summen) und Produkte.....	169
20.2.1 Endliche Reihen (Summen).....	169
20.2.2 Berechnung endlicher Zahlenreihen mit MATHEMATICA.....	169
20.2.3 Endliche Produkte.....	171
20.2.4 Berechnung endlicher Zahlenprodukte mit MATHEMATICA.....	171
20.3 Unendliche Reihen und Produkte.....	173
20.3.1 Unendliche Reihen.....	173
20.3.2 Berechnung unendlicher Zahlenreihen mit MATHEMATICA.....	174
20.3.3 Unendliche Produkte.....	175
20.3.4 Berechnung unendlicher Zahlenprodukte mit MATHEMATICA.....	176
20.4 Funktionenreihen.....	176
20.4.1 Potenzreihen mit MATHEMATICA.....	176
20.4.2 Fourierreihen.....	177
20.4.3 Fourierreihen mit MATHEMATICA.....	177
<b>21 Vektoranalysis.....</b>	<b>179</b>
21.1 Einführung.....	179
21.2 Skalar- und Vektorfelder.....	179
21.2.1 Eigenschaften.....	179
21.2.2 Anwendung von MATHEMATICA.....	179
21.3 Gradient, Rotation und Divergenz.....	182
21.3.1 Eigenschaften.....	182
21.3.2 Berechnung mit MATHEMATICA.....	183
21.4 Berechnung von Kurven- und Oberflächenintegralen mit MATHEMATICA..	185
 <b>TEIL III: Anwendung von MATHEMATICA in Spezialgebieten der Mathematik (Ingenieurmathematik)</b>	
<b>22 Differenzgleichungen und Differentialgleichungen.....</b>	<b>187</b>
22.1 Einführung.....	187
22.2 Differenzgleichungen.....	188
22.2.1 Problemstellung.....	189
22.2.2 Lineare Differenzgleichungen.....	190
22.2.3 Lösungsberechnung mit MATHEMATICA.....	191
22.3 Differentialgleichungen.....	192
22.3.1 Problemstellung.....	192
22.3.2 Lösungsberechnung mit MATHEMATICA.....	194
22.4 Gewöhnliche Differentialgleichungen.....	194
22.4.1 Problemstellung.....	194
22.4.2 Anfangs- und Randwertprobleme.....	195
22.4.3 Lineare Differentialgleichungen.....	196
22.4.4 Exakte Lösungsberechnung mit MATHEMATICA.....	198
22.4.5 Numerische Lösungsberechnung mit MATHEMATICA.....	201
22.5 Partielle Differentialgleichungen.....	202

<b>23 Transformationen.....</b>	<b>205</b>
23.1 Einführung.....	205
23.2 Anwendung auf Differenzen- und Differentialgleichungen.....	205
23.3 z-Transformation.....	206
23.3.1 Problemstellung.....	206
23.3.2 z-Transformation mit MATHEMATICA.....	207
23.3.3 Lösung von Differenzgleichungen mit MATHEMATICA.....	208
23.4 Laplacetransformation.....	209
23.4.1 Problemstellung.....	209
23.4.2 Laplacetransformation mit MATHEMATICA.....	210
23.4.3 Lösung von Differentialgleichungen mit MATHEMATICA.....	211
23.5 Fouriertransformation.....	214
<b>24 Optimierung.....</b>	<b>215</b>
24.1 Einführung.....	215
24.2 Praktische Optimierung.....	215
24.3 Mathematische Optimierung.....	216
24.4 Optimierung mit MATHEMATICA.....	217
24.4.1 MATHEMATICA-Funktionen zur Optimierung.....	218
24.4.2 MATHEMATICA-Package <b>Global Optimization</b> .....	218
24.5 Minimum und Maximum.....	218
24.6 Extremwertprobleme.....	220
24.6.1 Problemstellung.....	220
24.6.2 Optimalitätsbedingungen für Probleme ohne Beschränkungen.....	221
24.6.3 Optimalitätsbedingungen für Probleme mit Beschränkungen.....	222
24.6.4 Berechnung mit MATHEMATICA.....	225
24.7 Lineare Optimierungsprobleme.....	228
24.7.1 Problemstellung.....	228
24.7.2 Berechnung mit MATHEMATICA.....	230
24.8 Nichtlineare Optimierungsprobleme.....	231
24.8.1 Problemstellung.....	231
24.8.2 Berechnung mit MATHEMATICA.....	232
<b>25 Wahrscheinlichkeitsrechnung.....</b>	<b>235</b>
25.1 Einführung.....	235
25.2 Anwendung von MATHEMATICA.....	236
25.3 Wahrscheinlichkeit.....	236
25.4 Zufallsgrößen.....	237
25.5 Verteilungsfunktion.....	239
25.6 Wahrscheinlichkeitsverteilungen.....	241
25.6.1 Diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen.....	241
25.6.2 Stetige Wahrscheinlichkeitsverteilungen.....	243
25.6.3 Diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen mit MATHEMATICA.....	245
25.6.4 Stetige Wahrscheinlichkeitsverteilungen mit MATHEMATICA.....	246
25.7 Parameter (Momente) von Zufallsgrößen.....	248
25.7.1 Erwartungswert (Mittelwert).....	248

25.7.2	Streuung (Varianz).....	249
25.7.3	Erwartungswert und Streuung mit MATHEMATICA.....	249
25.8	Zufallszahlen mit MATHEMATICA.....	249
25.8.1	Erzeugung von Zufallszahlen.....	250
25.8.2	Anwendung für stochastische Simulationen.....	251
<b>26</b>	<b>Statistik.....</b>	<b>253</b>
26.1	Einführung.....	253
26.2	Anwendung von MATHEMATICA.....	254
26.3	Grundgesamtheit und Stichprobe.....	254
26.4	Beschreibende Statistik.....	256
26.4.1	Urliste und Verteilungstafel.....	256
26.4.2	Grafische Darstellungen von Stichproben.....	258
26.4.3	Grafische Darstellungen eindimensionaler Stichproben mit MATHEMATICA.....	258
26.4.4	Statistische Maßzahlen.....	261
26.4.5	Statistische Maßzahlen für eindimensionale Stichproben.....	261
26.4.6	Statistische Maßzahlen für zweidimensionale Stichproben.....	262
26.4.7	Statistische Maßzahlen mit MATHEMATICA.....	262
26.5	Schließende (mathematische) Statistik.....	264
26.5.1	Schätztheorie.....	265
26.5.2	Schätztheorie mit MATHEMATICA.....	266
26.5.3	Testtheorie.....	268
26.5.4	Testtheorie mit MATHEMATICA.....	269
26.5.5	Korrelation und Regression.....	270
26.5.6	Korrelationsanalyse.....	270
26.5.7	Regressionsanalyse.....	271
26.5.8	Korrelation und Regression mit MATHEMATICA.....	272
	<b>Literaturverzeichnis.....</b>	<b>275</b>
	<b>Sachwortverzeichnis.....</b>	<b>283</b>