

Christoph Meinel · Martin Mundhenk

Mathematische Grundlagen der Informatik

**Mathematisches Denken und Beweisen
Eine Einführung**

6. Auflage

Springer Vieweg

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
Teil I Grundlagen		
2	Aussagen	7
2.1	Definition und Beispiele	7
2.2	Verknüpfungen von Aussagen	9
2.3	Tautologie und Kontradiktion	14
2.4	Aussageformen	18
2.5	Aussagen mit Quantoren	19
3	Mengen und Mengenoperationen	23
3.1	Mengen	23
3.2	Gleichheit von Mengen	26
3.3	Komplementäre Mengen	28
3.4	Die leere Menge	29
3.5	Teilmenge und Obermenge	30
3.6	Potenzmenge und Mengenfamilien	32
3.7	Vereinigung, Durchschnitt und Differenz von Mengen	34
3.8	Produkt von Mengen	39
3.9	Weitere Rechenregeln für Mengenoperationen	42
4	Mathematisches Beweisen	45
5	Relationen	51
5.1	Definition und erste Beispiele	51
5.2	Operationen auf Relationen	56
5.3	Wichtige Eigenschaften von Relationen	59
5.4	Äquivalenzrelationen und Klasseneinteilung	62
5.5	Rechnen mit Äquivalenzrelationen	68
5.6	Halbordnungsrelationen	72

6	Abbildungen und Funktionen	77
6.1	Definition und erste Beispiele	77
6.2	Surjektive, injektive und bijektive Abbildungen	82
6.3	Folgen und Mengenfamilien	88
6.4	Kardinalität von Mengen	91
6.5	Quellen und weiterführende Literatur	96
Teil II Techniken		
7	Grundlegende Beweisstrategien	99
7.1	Direkter Beweis	100
7.2	Beweis durch Kontraposition	102
7.3	Widerspruchs-Beweis	103
7.4	Äquivalenzbeweis	104
7.5	Beweis atomarer Aussagen	105
7.6	Beweis durch Fallunterscheidung	107
7.7	Beweis von Aussagen mit Quantoren	108
7.8	Kombinatorischer Beweis	111
8	Vollständige Induktion	115
8.1	Idee der vollständigen Induktion	116
8.2	Beispiele für Induktionsbeweise	117
8.3	Struktur von Induktionsbeweisen	120
8.4	Verallgemeinerte vollständige Induktion	122
8.5	Induktive Definitionen	123
9	Zählen	133
9.1	Grundlegende Zählprinzipien	133
9.2	Permutationen und Binomialkoeffizienten	139
9.3	Rechnen mit Binomialkoeffizienten	144
10	Diskrete Stochastik	153
10.1	Zufallsexperimente und Wahrscheinlichkeiten	153
10.2	Bedingte Wahrscheinlichkeit	162
10.3	Zufallsvariablen	165
10.4	Binomial-Verteilung und geometrische Verteilung	171
10.5	Quellen und weiterführende Literatur	176

Teil III Strukturen

11	Boole'sche Algebra	181
11.1	Schaltfunktionen und Ausdrücke	182
11.2	Definition der Boole'schen Algebra	188
11.3	Beispiele Boole'scher Algebren	190
11.4	Eigenschaften Boole'scher Algebren	196
11.5	Halbordnungen in einer Boole'schen Algebra	200
11.6	Atome	203
11.7	Normalformen für Boole'sche Ausdrücke	206
11.8	Minimierung Boole'scher Ausdrücke	209
11.9	Der Isomorphie-Satz	211
11.10	Schaltkreis-Algebra	216
12	Graphen und Bäume	223
12.1	Grundbegriffe	224
12.2	Wege und Kreise in Graphen	231
12.3	Graphen und Matrizen	236
12.4	Isomorphismen auf Graphen	244
12.5	Bäume	247
13	Aussagenlogik	253
13.1	Boole'sche Algebra und Aussagenlogik	253
13.2	Normalformen	259
13.3	Erfüllbarkeitsäquivalente Formeln	261
13.4	Unerfüllbare Klauselmengen	265
13.5	Erfüllbarkeit von Hornklauseln	269
13.6	Resolution	272
13.7	Klauselmengen in 2KNF	280
14	Modulare Arithmetik	283
14.1	Die Teilbarkeitsrelation	284
14.2	Modulare Addition und Multiplikation	288
14.3	Modulares Rechnen	292
14.4	Größter gemeinsamer Teiler und der Algorithmus von Euklid	296
14.5	Der kleine Satz von Fermat	301
14.6	Verschlüsselung mit dem kleinen Satz von Fermat	305
14.7	Das RSA-Verfahren	311
14.8	Quellen und weiterführende Literatur	313
	Sachverzeichnis	315