

**Christian Petersen · Horst Werkle**

# Dynamik der Baukonstruktionen

2., überarbeitete und aktualisierte Auflage

**Springer Vieweg**

<b>Inhaltsverzeichnis</b>	<b>Seite</b>
<b>Vorwort</b>	<b>V</b>
<b>MATLAB-Programme zur Baudynamik</b>	<b>XXIX</b>
<b>1. Probleme und Aufgaben der Baudynamik</b>	<b>1</b>
1.1 Einführung	2
1.2 Bibliografische Hinweise	5
<b>2. Maßsysteme – Regelwerke</b>	<b>9</b>
2.1 Vorbemerkungen	10
2.2 Skalare und Vektoren – Begriffe und Zeichen	10
2.3 Basisgrößen	11
2.4 Begriff der Dimension	12
2.5 Abgeleitete Größen	12
2.6 Unterschied zwischen Masse und Gewicht	13
2.7 Bezug zum ehemaligen technischen Maßsystem	16
2.8 Regelwerke für Einheiten und Formelzeichen	17
2.9 Regelwerke zu Schwingungen und zur Schwingungsmesstechnik	20
2.10 Regelwerke zur Baudynamik	23
<b>3. Grundlagen der Dynamik</b>	<b>27</b>
3.1 Körper und Bewegung – Definition von Masse und Massenträgheitsmoment	28
3.2 Kinematik der ebenen Bewegung in kartesischen, natürlichen und polaren Koordinaten	30
3.2.1 Theorie	30
3.2.2 Sonderfälle der geradlinigen und kreisförmigen Bewegung	35
3.2.3 Beispiele	38
3.3 Kinetik der Punktmasse	44
3.3.1 Kinetische Grundgesetze von Newton – Prinzip von D'Alembert	44
3.3.2 Impulssatz	46
3.3.3 Beispiele	47
3.4 Kinetik der Starrkörpermasse	52
3.5 Energiesatz	57
3.5.1 Kinetische Energie bei translatorischer und rotatorischer Bewegung	57
3.5.2 Potentielle Energie	58
3.5.3 Energiesatz in abgeschlossenen und nicht-abgeschlossenen Systemen	58
3.5.4 Beispiele	60
3.6 Lagrange'sche Bewegungsgleichungen zweiter Art	69
3.6.1 Generalisierte Koordinaten $q$ .	69
3.6.2 Nichtkonservative und konservative Kräfte und Systeme	71
3.6.3 Gravitationskraft und Federkraft und deren potenzielle Energie	72
3.6.4 Generalisierte Kräfte $Q$ .	74
3.6.5 Lagrange'sche Bewegungsgleichungen zweiter Art	75
3.6.6 Beispiele	77
3.7 Bewegungshemmung durch Reibung	84
3.7.1 Grundlagen der Festkörperreibung	85
3.7.2 Beispiele	88

3.7.3	Anhalte für Reibungszahlen	91
3.7.4	Fluidreibung	92
3.7.4.1	Viskosität	92
3.7.4.2	Bernoulli-Gleichung	95
3.7.4.3	Strömungswiderstand	96
3.7.4.4	Beispiele	98
3.8	Dämpfung	101
3.8.1	Vorbemerkung	101
3.8.2	Modellbildung	101
3.8.3	Viskoelastisches Stoffverhalten bei sprungartiger Spannungs- bzw. Verzerrungsänderung	104
3.8.3.1	Maxwell-Modell	104
3.8.3.2	Voigt-Kelvin-Modell	105
3.8.3.3	Burger-Modell	107
3.8.3.4	Erweiterung der Modelle	108
3.8.4	Viskoelastisches Stoffverhalten bei harmonischer Spannungs- bzw. Verzerrungsänderung: Viskose Dämpfung	108
3.8.4.1	Hooke-Modell	108
3.8.4.2	Newton-Modell	108
3.8.4.3	Maxwell-Modell	109
3.8.4.4	Voigt-Kelvin-Modell	110
3.8.4.5	Komplexe Steifigkeit	113
3.8.5	Viskoelastisches Stoffverhalten im Versuch	114
3.8.6	Relaxationszeit/Retardierungszeit und ihre Spektren	115
3.8.7	Speichermodul, Verlustmodul und Verlustfaktor	121
3.8.7.1	Maxwell-Modell	121
3.8.7.2	Voigt-Kelvin-Modell	125
3.8.7.3	Verallgemeinerte Modelle	126
3.8.8	Ergänzungen und Beispiele	128
3.8.8.1	Frequenz- und Temperaturabhängigkeit der Stoffkennwerte	128
3.8.8.2	Anwendungsbereich der Viscoelastizitätstheorie	129
3.8.8.3	Grundmodell des Einfreiheitsgradschwingers in der Schwingungstheorie	129
3.8.8.4	Experimentelle Bestimmung der Dämpfungskenngrößen	130
3.8.9	Dissipation in Baukonstruktionen	131
3.8.9.1	Dissipation: Dämpfung – Duktilität	131
3.8.9.2	Hysteretische Dämpfung	136
3.8.9.3	Dämpfungswerte für Baukonstruktionen	141
3.8.9.4	Dämpfungsursachen	145
3.8.9.5	Nichtlineare Dämpfungsmodelle	146
3.8.9.6	Duktilitätsmodelle	152
3.8.9.7	Beispiele und Ergänzungen	157
<b>4.</b>	<b>Bautechnische Anwendungen zur Dynamik</b>	<b>173</b>
4.1	Massenmomente zweiter Ordnung starrer Körper	174
4.1.1	Massenmomente zweiter Ordnung ebener Starrkörper	174
4.1.2	Massenmomente zweiter Ordnung beliebiger starrer Körper	185
4.2	Freie Fallbewegung – Absturzlasten	192
4.3	Flugbewegung von einer Sprungschanze aus – Bau und Betrieb von Sprungschanzen	194

4.3.1	Einführendes Beispiel	194
4.3.2	Schanzenbaunorm des Internationalen Skiverbandes	196
4.3.3	Zur Theorie der aerodynamischen Skillugbahn-Berechnung	197
4.4	Fahrzustände auf Gleisen und Straßen im Bereich von Krümmungen – Fahr-dynamische Trassierungselemente	198
4.4.1	Allgemeine Hinweise	198
4.4.2	Überfahren einer Kuppe – Durchfahren einer Wanne	199
4.4.3	Abschätzung des Schwingbeiwertes beim Überfahren einer Brücke	200
4.4.4	Überhöhung im Bahnbau	201
4.4.5	Fliehkräfte auf Eisenbahnbrücken	206
4.4.6	Überhöhung im Straßenbau	208
4.4.7	Übergangsrampe – Übergangsbogen	210
4.5	Fliegende Bauten	213
4.5.1	Allgemeine Hinweise	213
4.5.2	Hochgeschäfte mit schienengebundenen Fahrzeugen	213
4.5.3	Fliegerkarussell	219
4.5.4	Bodenkarussell	221
4.5.5	Karusselle mit mehreren Bewegungen	221
4.5.6	Riesenräder	227
4.6	Schwingungserregung durch Maschinen	228
4.6.1	Erregung durch Unwuchten	228
4.6.2	Erregung durch Kurbelantrieb	229
4.6.3	Schwingungserreger	232
4.7	Pendel – Pendelschwinger	233
4.7.1	Mathematisches Pendel	233
4.7.2	Luftschaukel	236
4.7.3	Physikalisches Pendel	237
4.7.4	Pendel für Schwingungsdämpfer	238
4.7.5	Krängungsschwingungen eines Pontons	240
4.7.6	Glockenschwingungen	242
4.8	Grundfrequenz einfacher Stabwerke	246
4.8.1	Einführung – Begriffe	246
4.8.2	Rückführung einfacher Stabwerke auf das Modell des Einfreiheitsgradschwingers	248
4.8.2.1	Grundfrequenzformel	248
4.8.2.2	Federzahl – Nachgiebigkeitszahl	250
4.8.2.3	Berechnung der Grundfrequenz aus der Eigenlastdurchbiegung	254
4.8.2.4	Überlagerungsformel nach Dunkerley	255
4.8.2.5	Einfacher Balken mit konstanter Massebelegung und mittlerer Punktmasse	257
4.8.2.6	Kragbalken mit konstanter Massebelegung und Punktmasse am freien Ende	262
4.8.2.7	Rechteckrahmen	265
4.8.3	Berechnung der Grundfrequenz einfacher Stabwerke mittels der Rayleigh-Formel	269
4.8.3.1	Berechnungsanweisung für biegesteife Balkenschwinger	269
4.8.3.2	Kragbalken mit konstanter Steifigkeits- und Massebelegung – Berücksichtigung des Einflusses Theorie II. Ordnung	270

4.8.3.3	Kragbalken mit zwei Stabbereichen konstanter Steifigkeits- und Massebelegung	273
4.8.3.4	Kragbalken mit konischer Erstreckung und unterschiedlichen Querschnittsformen	275
4.8.4	Berechnung der Grundfrequenz einfacher Stabwerke mittels der Morleigh-Formel	279
4.8.5	Iterative Zuschärfung der Frequenzwerte	284
4.9	Eigenfrequenzen und Eigenformen ebener Stabwerke	288
4.9.1	Einführung	288
4.9.2	Schwinger mit einem Freiheitsgrad	292
4.9.2.1	Theorie	292
4.9.2.2	Beispiele	292
4.9.3	Schwinger mit zwei Freiheitsgraden	297
4.9.3.1	Theorie	297
4.9.3.2	Beispiele	300
4.9.4	Schwinger mit mehreren Freiheitsgraden	309
4.9.4.1	Frequenzdeterminante	309
4.9.4.2	Verfahren der Krafteinflusszahlen (VdK)	311
4.9.4.3	Verfahren der Verformungseinflusszahlen (VdV)	313
4.9.4.4	Erste Eigenform-Orthogonalität	315
4.9.4.5	Beispiele	317
4.9.5	Schwinger mit mehreren Freiheitsgraden in Matrizendarstellung	324
4.9.5.1	Vorbemerkung	324
4.9.5.2	Verknüpfung von Steifigkeits- und Nachgiebigkeitsmatrix	324
4.9.5.3	Verfahren der Steifigkeitsmatrizen	325
4.9.5.3.1	Einführung	325
4.9.5.3.2	Erste und zweite Eigenform-Orthogonalität	326
4.9.5.3.3	Freie Schwingungen	327
4.9.5.3.4	Fremderregte Schwingungen	328
4.9.5.3.5	Beispiel	328
4.9.5.4	Rayleigh-Quotient	334
4.9.5.5	Formeln nach Southwell und Dunkerley	337
4.10	Stoß – Stoßbelastung	340
4.10.1	Einteilung der Stoßeinwirkungen	340
4.10.2	Impuls – Impulsänderung	341
4.10.3	Aufprallstoß fester Körper	342
4.10.3.1	Newtonsche Stoßtheorie	342
4.10.3.2	Beispiele zur Newton'schen Stoßtheorie	347
4.10.3.3	Aufprallstoß auf elastisch reagierende Systeme	354
4.10.3.4	Beispiele zum Aufprallstoß auf elastisch reagierende Systeme	359
<b>5.</b>	<b>Einfreiheitsgradschwinger mit linearen Systemeigenschaften</b>	<b>367</b>
5.1	Vorbemerkungen	368
5.2	Freie Schwingungen des ungedämpften Systems	368
5.3	Freie Schwingungen des viskos gedämpften Systems	370
5.3.1	Bewegungslösung	370
5.3.2	Logarithmisches Dekrement	373

5.4	Erzwungene Schwingungen des viskos gedämpften EFS-Systems infolge harmonischer Erregung	376
5.4.1	Arten der Erregung	376
5.4.2	Bewegungsgleichungen bei Kraft-, Unwucht- und Basiserregung	377
5.4.3	Stationäre Schwingungen bei Krafterregung	380
5.4.3.1	Bewegungslösung	380
5.4.3.2	Zur Messung der Dämpfung	386
5.4.3.3	Energiebilanz, Arbeit und Leistung in Abhängigkeit von der Erregerfrequenz	388
5.4.3.4	Dämpfungshysterese und spezifische Dämpfung	392
5.4.3.5	Zusammenfassung der Dämpfungskenngrößen bei viskoser Dämpfung	393
5.4.4	Stationäre Schwingungen bei Unwuchterregung	393
5.4.5	Stationäre Schwingungen bei Basiserregung	394
5.4.6	Beispiele und Ergänzungen	397
5.4.6.1	Kriechschwingung	397
5.4.6.2	„Negative“ Dämpfung	399
5.4.6.3	Arbeit und Leistung bei Unwucht- und Basiserregung	400
5.4.6.4	Schwingungsisolierung	401
5.4.6.4.1	Vorbemerkungen	401
5.4.6.4.2	Aktive Schwingungsisolierung	403
5.4.6.4.3	Passive Schwingungsisolierung	406
5.4.6.4.4	Zahlenbeispiel	407
5.4.6.5	Seismische Aufnehmer	409
5.5	Erzwungene Schwingungen des viskos gedämpften EFS-Systems infolge periodischer Erregung	413
5.5.1	Lösung im Reellen	413
5.5.2	Lösung im Komplexen	414
5.5.3	Beispiele	415
5.6	Ein- und Ausschwingvorgänge des viskos gedämpften EFS-Systems	421
5.7	Erzwungene Schwingungen des viskos gedämpften EFS-Systems infolge aperiodischer Erregung	423
5.7.1	Vorbemerkungen	423
5.7.2	Schwingungen des ungedämpften EFS-Systems infolge impuls- und sprungartiger Erregung – Schwingungsanalyse im Zeitbereich	424
5.7.2.1	Lastarten – Lösungsschema	424
5.7.2.2	Einheitsimpuls	426
5.7.2.3	Einheitssprung der Last	426
5.7.2.4	Duhamel-Faltungsintegrale	428
5.7.2.5	Rechteckimpuls	432
5.7.2.6	Sprungimpuls mit geradlinigem Abfall	433
5.7.2.7	Stoßspektrum	434
5.7.2.8	Übertragungsverfahren	436
5.7.2.9	Basiserregung	438
5.7.3	Schwingungen des viskos gedämpften EFS-Systems infolge impuls- und sprungartiger Erregung – Schwingungsanalyse im Zeitbereich	438
5.7.3.1	Einflussfunktionen – Duhamel-Integrale	438
5.7.3.2	Übertragungsverfahren	441
5.7.3.3	Newmark-Verfahren	446

5.7.4	Schwingungen des viskos gedämpften EFS-Systems infolge impuls- und sprungartiger Erregung – Schwingungsanalyse im Frequenzbereich	446
5.7.4.1	Lösung im Reellen	446
5.7.4.2	Lösung im Komplexen	447
5.7.4.3	Berechnung der Schwingungsreaktion mittels der Diskreten Fourier-Transformation	452
5.8	Erzwungene Schwingungen des viskos gedämpften EFS-Systems infolge stochastischer Erregung	459
5.8.1	Vorbemerkungen	459
5.8.2	Schwingungsreaktion auf einen eindimensionalen Erregerprozess	460
5.8.3	System mit geringer Dämpfung: Schmalbandige Schwingungsreaktion	463
5.8.4	Beispiele und Ergänzungen	465
5.9	EFS-Systeme mit hysteretischer Dämpfung	471
<b>6.</b>	<b>Einfreiheitsgradschwinger mit nichtlinearen Systemeigenschaften</b>	<b>475</b>
6.1	Vorbemerkungen – Aufgaben und Probleme	476
6.2	Differenzenverfahren	480
6.3	Freie Schwingungen eines Körperpendels – Glockenschwingungen	482
6.4	Freie und fremderregte Schwingungen eines EFS's mit nichtlinearer Federkennlinie	484
6.5	Hinweise zur analytischen Lösung nichtlinearer Schwingungen	488
6.6	Freie und fremderregte Schwingungen eines EFS's mit kinematisch-nichtlinearer Rückstellwirkung	492
6.7	Freie, fremderregte und selbsterregte Schwingungen eines EFS's mit Coulombscher Reibung	496
6.7.1	Bewegungsgleichung	496
6.7.2	Freie Schwingungen – Analytische Lösung	497
6.7.3	Freie Schwingungen – Numerische Lösung	500
6.7.4	Fremderregte Schwingungen – Numerische Lösung	503
6.7.5	Selbsterregte Schwingungen – Analytische Lösung	506
6.8	Physikalisch-nichtlineare Rückstellwirkung	509
<b>7.</b>	<b>Mehrfreiheitsgradschwinger mit linearen Systemeigenschaften</b>	<b>513</b>
7.1	Einleitung	514
7.2	Modalanalyse	516
7.2.1	Grundlagen des Verfahrens	516
7.2.2	Berechnung der Eigenlösung	518
7.2.3	Freie Schwingungen nach Einprägung von Anfangsauslenkungen oder/und Anfangsgeschwindigkeiten.	522
7.2.4	Durch dynamische Lasten induzierte Schwingungen	527
7.2.5	Durch Basiserregung induzierte Schwingungen	531
7.2.6	Stochastische Einwirkungen	538
7.2.7	Rayleigh-Dämpfung	538
7.2.8	Anmerkungen, Ergänzungen und Beispiele	541
7.3	Direkte Integration der Bewegungsgleichungen	548
7.3.1	Vorbemerkungen	548
7.3.2	Zweifreiheitsgrad-Schwinger	549
7.3.3	Mehrfreiheitsgradschwinger	552
7.4	Schnittgrößen	554

<b>8. Schwingungen biegeweicher Seile und Stangen</b>	<b>559</b>
8.1 Einführung	560
8.2 Lineare Theorie der schwingenden Saite	561
8.3 Beispiele zur linearen Saitenschwingungstheorie	564
8.4 Nichtlineare Theorie der schwingenden Saite	568
8.5 Schwingungstheorie durchhangbehafteter Seile	572
8.5.1 Vorbemerkungen	572
8.5.2 Grundgleichungen der allgemeinen Seilschwingungstheorie	572
8.5.3 Eigenschwingungen von Seilen mit geringem Durchhang	576
8.5.3.1 Grundgleichungssystem	576
8.5.3.2 Lösung des Grundgleichungssystems: Seileigenschwingungen	579
8.5.3.3 Interpretation der Eigenschwingungslösungen	582
<b>9. Schwingungen der Stabtragwerke – Teil I: Basisverfahren</b>	<b>591</b>
9.1 Vorbemerkungen	592
9.2 Einführung	592
9.3 Grundgleichung der Eigenschwingungen biegesteifer Stäbe und Stabwerke nach Theorie I. und II. Ordnung	593
9.4 Eigenschwingungen biegesteifer Stäbe und Stabwerke nach Theorie I. Ordnung	595
9.4.1 Lösungssystem für die Eigenlösung der homogenen Differenzialgleichung	595
9.4.2 Eigenfrequenzen und Eigenformen ebener Stabwerke	597
9.4.2.1 Differenzialgleichung«verfahren	597
9.4.2.1.1 Hinweise zur Vorgehensweise	597
9.4.2.1.2 Starr eingespannter Stab mit freiem Ende	598
9.4.2.1.3 Grundstäbe	600
9.4.2.1.4 Drehfederelastisch eingespannter Stab mit freiem Ende	602
9.4.2.1.5 Dreh- und verschiebungsfederelastisch eingespannter Stab mit freiem Ende	603
9.4.2.1.6 Federelastisch gestützte Stäbe	605
9.4.2.2 Verfahren der Übertragungsmatrizen	606
9.4.2.2.1 Feldmatrix	606
9.4.2.2.2 Berechnungsmethodik	608
9.4.2.2.3 Beispiele	611
9.4.2.2.4 Ergänzungen und Anmerkungen	615
9.4.2.3 Kraftgrößenverfahren	620
9.4.2.3.1 Allgemeines	620
9.4.2.3.2 Stabenddrehwinkel	620
9.4.2.3.3 Beispiele	622
9.4.2.4 Verformungsgrößenverfahren	630
9.4.2.4.1 Einführung	630
9.4.2.4.2 Grundformeln für den beidseitig biegesteif angebundenen Stab	632
9.4.2.4.3 Grundformeln für den einseitig biegesteif und einseitig gelenkig angebundenen Stab	633
9.4.2.4.4 Grundformeln für den beidseitig gelenkig angebundenen Stab	635

9.4.2.4.5	Grundformeln für den einseitig biegesteif angebundenen und einseitig freien Stab	636
9.4.2.4.6	Beispiele für Durchlaufträger und Rechteckrahmen	637
9.4.2.4.7	Anmerkungen und Ergänzungen	651
9.4.3	Erste und zweite Eigenform-Orthogonalität	654
9.5	Schwingungen infolge Fremderregung	659
9.5.1	Vorbemerkungen	659
9.5.2	Modalanalyse	660
9.5.2.1	Grundlagen des Verfahrens – Harmonische Erregung	660
9.5.2.2	Beispiel: Kragträger	662
9.5.2.3	Durch aperiodische Lasten induzierte Schwingungen	665
9.5.2.4	Beispiele und Ergänzungen	669
<b>10</b>	<b>Schwingungen der Stabtragwerke – Teil II: Sonderfragen</b>	<b>677</b>
10.1	Vorbemerkungen	678
10.2	Eigenschwingungslösung für unterschiedliche Stabformen – Biegeschwingungen	678
10.2.1	Einführung	678
10.2.2	Eigenbiegeschwingungen des schubstarrten Stabes	680
10.2.2.1	Grundgleichung des schubstarrten Stabes	680
10.2.2.2	Eigenschwingungen des längskraftfreien Stabes nach Theorie I. Ordnung	682
10.2.2.3	Eigenschwingungen des durch konstante Längskraft belasteten Stabes nach Theorie II. Ordnung	684
10.2.2.3.1	Einleitung	684
10.2.2.3.2	Lösung der Grundgleichung bei Einwirkung einer konstanten Druckkraft	685
10.2.2.3.3	Grundstäbe – Stabwerke bei Einwirkung einer konstanten Druckkraft	687
10.2.2.3.4	Übertragungsmatrix und Steifigkeitsmatrix bei Einwirkung einer konstanten Druckkraft	691
10.2.2.3.5	Stabschwingungen bei Einwirkung einer konstanten Zugkraft	693
10.2.2.4	Einfluss der Drehträgeit	693
10.2.2.5	Elastische Bettung	694
10.2.3	Eigenbiegeschwingungen des schubweichen Stabes	695
10.2.3.1	Grundgleichung des schubweichen Stabes	695
10.2.3.2	Eigenschwingungen des beiderseitig gelenkig gelagerten Stabes	702
10.2.3.3	Zur allgemeinen Lösung des Eigenschwingungsproblems schubweicher Stäbe	707
10.3	Längs- und Torsionsschwingungen	708
10.4	Erzwungene Schwingungen – Komplexe Steife	711
10.4.1	Einführung	711
10.4.2	Komplexe Steife – Hysteretische Dämpfung	712
10.4.3	Stabwerksschwingungen mit hysteretischer Dämpfung	715
10.4.4	Beispiel	723
10.5	Erweiterung: Schwingungen von Platten	725
10.5.1	Einführung	725

10.5.2	Rechteckplatten	726
10.5.3	Kreisplatten	727

## **11. Finite Methoden der Tragwerksberechnung** **731**

11.1	Vorbemerkungen	732
11.2	Finite-Differenzen-Methode	732
11.2.1	Methodik	732
11.2.2	Einstellen-Differenzenformeln	733
11.2.3	Randbedingungen der Stabbiegetheorie I. und II. Ordnung	735
11.2.4	Beispiele	738
11.3	Finite-Element-Methode	744
11.3.1	Allgemeines	744
11.3.2	Herleitung der Elementmatrizen – Basiskonzept	745
11.3.3	Zug-Druck-Stab	748
11.3.4	Biegestab	752
11.3.4.1	Ermittlung der Matrizen $L$ , $B$ und $E$	752
11.3.4.2	Elementsteifigkeitsmatrix	754
11.3.4.3	Element – Massenmatrix	755
11.3.4.4	Element – Belastungsmatrix	755
11.3.4.5	Ergänzungen	755
11.3.5	Gesamtsteifigkeitsmatrix und Massenmatrix	758
11.3.6	Anmerkung zu Flächentragwerken	762

## **12. Aerodynamische Schwingungsanregung** **765**

12.1	Vorbemerkungen	766
12.2	Wind – Windkräfte	767
12.2.1	Windsysteme	767
12.2.2	Atmosphärische Grenzschicht – Windgeschwindigkeitsprofile	768
12.2.3	Extremwertverteilung der Starkwinde	771
12.2.4	Berechnungswind – Lastannahmen – Aerodynamische Beiwerte	774
12.3	Böeninduzierte Schwingungen	776
12.3.1	Böenreaktionsfaktor – Bedeutung	776
12.3.2	Böenreaktionsfaktor – Deterministische Modellierung	777
12.3.3	Böenreaktionsfaktor – Stochastische Modellierung im Zeitbereich	779
12.3.4	Böenreaktionsfaktor – Stochastische Modellierung im Frequenzbereich	780
12.3.4.1	Intensität und Spektrum der Windturbulenz	780
12.3.4.2	Übertragungstheorie – Berechnungskonzept	788
12.3.4.3	Strukturbeiwert $c_{scd}$	794
12.4	Wirbelinduzierte Schwingungen	796
12.4.1	Das strömungsmechanische Phänomen der Wirbelstraße	796
12.4.2	Potenzialtheoretisch simulierte Wirbelstraße	798
12.4.3	Zur Entwicklung des baupraktischen Querschwingungsnachweises	801
12.4.4	Nachweis der Querschwingungen mittels Modalanalyse	806
12.4.5	Schadensfall und Schlussfolgerungen	813
12.4.6	Aerodynamische Gegenmaßnahmen	818
12.4.7	Schornsteine in Gruppenanordnung	820
12.4.8	Ovalling	821
12.4.9	Wirbelinduzierte Schwingungen als Stabilitätsproblem	822

12.4.9.1	Vorbemerkungen	822
12.4.9.2	Struktur-Fluid-Oszillator	823
12.4.9.3	Querschwingungen stabförmiger Strukturen mit scharfkantigem Profil	827
12.5	Bewegungsinduzierte Schwingungen	829
12.5.1	Vorbemerkungen	829
12.5.2	Galloping – Biegeschwingungen	829
12.5.2.1	Einsetzgeschwindigkeit	829
12.5.2.2	Stabilitätsbeiwerte für Galloping	834
12.5.3	Flatterschwingungen	836
12.5.3.1	Einsetzgeschwindigkeit	836
12.5.3.2	Anmerkungen zur kritischen Einsetzgeschwindigkeit	839
12.5.4	Divergenz	840
<b>13.</b>	<b>Seismische Schwingungserregung</b>	<b>849</b>
13.1	Ursache und Verteilung von Erdbeben	850
13.2	Kennzeichnung der Starkbeben	855
13.2.1	Vorbemerkungen	855
13.2.2	Seismologische Kennzeichnung der Beben	856
13.2.3	Bautechnische Kennzeichnung der Beben	861
13.2.3.1	Einführung	861
13.2.3.2	Antwortspektrum	862
13.2.3.3	Leistungsspektrum	870
13.3	Bautechnische Regelwerke – Berechnungsgrundlagen	870
13.3.1	Vorbemerkungen	870
13.3.2	DIN 4149 (1957-07)	870
13.3.3	DIN 4149 (1981-04)	871
13.3.4	DIN 4149 (2005-04)	872
13.3.5	KTA 2201 (2011-11)	872
13.3.6	Eurocode 8 – DIN EN 1998 (2010-12)	873
13.3.7	ÖNORM, SIA-Normen und internationale Normung	880
13.4	Antwortspektrum-Verfahren	881
13.4.1	Vorbemerkungen	881
13.4.2	Einfreiheitsgradsysteme	881
13.4.3	Mehrfreiheitsgradsysteme	882
13.4.3.1	Grundlagen	882
13.4.3.2	Modale Masse und Beteiligungsfaktor bei lotrechten Strukturen	885
13.4.3.3	Effektive modale Massen	885
13.4.3.4	Ermittlung von Erdbebenschnittgrößen nach DIN EN 1998	887
13.4.3.5	Vereinfachtes Antwortspektrum-Verfahren nach DIN EN 1998-1	889
13.4.3.6	Kontinuierliche Systeme	891
13.5	Kapazitätsspektrum-Methode und Pushover-Berechnung	892
13.6	Baupraktische Berechnungskonzepte	894
13.7	Bauliche Ausbildung	896
13.8	Erdbebenschutzsysteme	898
13.8.1	Allgemeines	898
13.8.2	Anforderungen an Erdbebenschutzsysteme	899
13.8.3	Basisisolierung	900

13.8.3.1	Allgemeines	900
13.8.3.2	Elastomerlager mit und ohne Bleikern	901
13.8.3.3	Beispiele	903
13.8.4	Dissipationselemente	909
13.8.5	Schwingungsdämpfer	909
13.8.6	Shock-Transmitter	910
13.8.7	Schwingungsdämpfer (TMD)	911
<b>14.</b>	<b>Bewertung dynamischer Materialbeanspruchung</b>	<b>919</b>
14.1	Vorbemerkungen	920
14.2	Wöhler-Linie – Smith-Diagramm	920
14.3	Konzepte zum Nachweis der Dauerschwingfestigkeit	922
14.3.1	Nennspannungskonzept	922
14.3.2	Kerbspannungskonzept oder Konzept der Gestaltfestigkeit	923
14.3.3	Strukturspannungskonzept	924
14.3.4	Kerbgrundkonzept	925
14.3.5	Bruchmechanikkonzept	927
14.4	Konzepte zum Nachweis der Betriebsfestigkeit	929
<b>15.</b>	<b>Bewertung von Vibrationen infolge von Schall, Erschütterungen und Stößen</b>	<b>935</b>
15.1	Vorbemerkungen	936
15.2	Einführung in die Theorie des ebenen Wellenfeldes	936
15.2.1	Ausbreitungsgeschwindigkeit eines ebenen Wellenfeldes	936
15.2.2	Wellenwiderstand	942
15.2.3	Energetische Größen im Wellenfeld	943
15.2.4	Wellen-Strahlungsdruck	945
15.2.5	Energieabsorption innerhalb eines Wellenfeldes	946
15.3	Kugel- und zylinderförmige Wellenfelder	946
15.4	Schallwellen	947
15.4.1	Spektrale Darstellung der Feldgrößen in ebenen Schallfeldern	947
15.4.2	Schallpegel	949
15.4.3	Lautstärkepegel und bewerteter Schallpegel	952
15.4.4	Beispiele und Ergänzungen	955
15.4.5	Lautheit und Lästigkeit von Lärm	956
15.5	Erschütterungen	961
15.5.1	Einführung	961
15.5.2	Erschütterungseinwirkungen auf Menschen	962
15.5.2.1	Allgemeine Hinweise – VDI-Ri 2057	962
15.5.2.2	DIN 4150 T2: Einwirkung auf Menschen in Gebäuden	968
15.5.3	Erschütterungseinwirkungen auf Einrichtungen und Maschinen	972
15.5.4	Erschütterungseinwirkungen auf Gebäude und Gebäudeteile	973
15.5.5	Über den Baugrund induzierte Erschütterungen	975
15.5.5.1	Vorbemerkungen	975
15.5.5.2	Konstruktiver Erschütterungsschutz	976
<b>16.</b>	<b>Stahl- und Elastomer-Federn</b>	<b>983</b>
16.1	Allgemeines	984
16.2	Stahlfedern	987

16.2.1	Federstahl	987
16.2.2	Zylindrische Druckfedern	988
16.2.3	Zylindrische Zugfedern	994
16.2.4	Tellerfedern	994
16.3	Elastomer-Federn	996
16.3.1	Werkstoff	996
16.3.2	Shore-Härte, statischer Schub- und Elastizitätsmodul	999
16.3.3	Statische Federeigenschaften	1000
16.3.3.1	Schubfedersteifigkeit	1000
16.3.3.2	Druckfedersteifigkeit	1002
16.3.3.3	Formelsammlung für einfache Elastomer-Federn	1004
16.3.4	Dynamische Federeigenschaften – Dämpfung	1005
16.3.5	Experimenteller Befund	1008
16.3.6	Hinweise zur Ausführung von Elastomer-Federn	1010
16.4	Feder-, Dämpfungs- und Dämm-Materialien	1013
16.5	Beispiele und Ergänzungen: Maschinenfundamente	1014
<b>17.</b>	<b>Maschinenfundamente</b>	<b>1021</b>
17.1	Aufgabenstellung	1022
17.2	Grundlagen schwingungsisolierter Maschinenfundierungen	1023
17.3	Erregerkräfte periodisch arbeitender Maschinenanlagen	1028
17.3.1	Vorbemerkungen	1028
17.3.2	Kritische Drehzahl elastischer Wellen	1029
17.3.3	Von rotierenden Wuchtkörpern ausgehende Kräfte – Unwucht – Auswuchtgüte	1031
17.3.4	Geradeschub-Kurbelantrieb – Zylindermaschinen	1034
17.3.5	Beispiele und Ergänzungen	1037
17.4	Erregerkräfte nicht-periodisch arbeitender Maschinenanlagen	1047
17.5	DIN 4024	1048
17.6	Blockfundamente	1048
17.6.1	Vorbemerkungen	1048
17.6.2	Federgestützte, doppelt-symmetrische Blockfundamente	1049
17.6.3	Federungs- und Dämpfungswerte unterschiedlicher Lagermittel	1055
17.6.4	Federungs- und Dämpfungswerte bodengestützter Fundamente	1056
17.6.4.1	Wechselwirkung zwischen Fundament und Boden	1056
17.6.4.2	Elementare Ansätze nach Rausch und Ehlers	1057
17.6.5	Beispiele	1059
17.6.6	Auslegung tiefabgestimmter Maschinenfundamente	1071
17.6.6.1	Allgemeine Auslegungshinweise	1071
17.6.6.2	Auslegung der Federung	1073
17.7	Tischfundamente und Turbinenfundamente	1077
17.8	Hammerfundamente	1078
17.8.1	Fundamentformen	1078
17.8.2	Berechnungsansätze	1080
17.8.3	Beispiel	1082

<b>18. Schwingungsdämpfer</b>	<b>1089</b>
18.1 Einleitung	1090
18.2 Schwingungsdämpfer – Passive Systeme	1090
18.2.1 Schwingungsdämpfer mit viskoser Dämpfungscharakteristik	1090
18.2.1.1 Theorie – Parameterstudien	1090
18.2.1.2 Schwingungstilger	1097
18.2.1.3 Optimierungskriterien	1098
18.2.1.4 Federloser Dämpfer	1102
18.2.2 Konstruktive Ausführung von Schwingungsdämpfern	1104
18.2.2.1 Kinetisch äquivalente Masse	1104
18.2.2.2 Bemessung und Ausbildung der Feder- und Dämpferelemente	1107
18.2.3 Einfluss der Veränderung der Systemparameter des Bauwerks oder des Schwingungsdämpfers	1114
18.2.4 Beispiele und Anmerkungen	1118
18.2.5 Sonderfragen	1126
18.2.5.1 Provisorische Maßnahmen bei Schwingungsproblemen nach der Montage turmartiger Strukturen	1126
18.2.5.2 Schwingungen bei Bogenbrücken	1127
18.2.5.3 Schrägseilbrücken, Masten und andere abgespannte Konstruktionen	1128
18.2.5.4 Winderregte Schwingungen von Seilen	1128
18.2.5.5 Konstruktive Lösungen zur Erhöhung der Dämpfung	1129
18.3 Schwingungsdämpfer – Aktive und semi-aktive Systeme	1129
<b>19. Fußgängerbrücken</b>	<b>1135</b>
19.1 Vorbemerkungen	1136
19.2 Biomechanik des Gehens und Laufens	1136
19.3 Gruppen- und Synchronisationseffekt	1148
19.4 Verträglichkeitsgrenzen und Komfortbereiche	1151
19.4.1 Menschliche Wahrnehmung bei Brückenschwingungen	1151
19.4.2 Nominale Beschleunigungskriterien	1152
19.4.3 Komfortbereiche der Beschleunigung	1154
19.5 Berechnungsverfahren	1155
19.5.1 Allgemeines	1155
19.5.2 Zeitverlaufsberechnungen mit Mehrfreiheitsgradschwingern	1156
19.5.3 Einfreiheitsgradschwingermodelle	1157
19.5.4 Nachweis nach DIN EN 1992-2	1158
19.5.5 Nachweis nach DIN EN 1995	1158
19.5.6 Verfahren von Butz	1159
19.5.7 Nachweis nach HIVOSS-Leitfaden	1160
19.6 Beispiele	1161
19.7 Andere Fußgängerbauwerke	1168
<b>20. Brückendynamik</b>	<b>1175</b>
20.1 Einleitung	1176
20.2 Grundlegende Überlegungen	1176
20.2.1 Dynamische Beiwerte – Annäherung an die Problemstellung	1176
20.2.2 Erste Annäherung an das Problem: Masse-Feder-Modell	1177

20.2.3	Zweite Annäherung an das Problem: Gelenkmodell	1179
20.2.4	Dritte Annäherung an das Problem: massebehaftetes Fahrzeug auf vorgegebener Bahn	1180
20.2.5	Vierte Annäherung an das Problem: massebehaftetes Fahrzeug mit Biegelinie als Bahn	1182
20.3	Historischer Rückblick	1183
20.4	Eisenbahnbrücken	1187
20.4.1	Einleitung	1187
20.4.2	Berechnung mit einem dynamischen Beiwert	1188
20.4.2.1	Historische Entwicklung	1188
20.4.2.2	Dynamische Beiwerte für aktuelle Belastungssituationen	1190
20.4.2.3	Dynamische Beiwerte nach DIN EN 1991	1192
20.4.3	Resonanzartige Anregung von Brücken	1193
20.4.3.1	Allgemeines	1193
20.4.3.2	Ausschlusskriterien für den dynamischen Nachweis	1193
20.4.3.3	Grundlagen der dynamischen Berechnung	1193
20.4.4	Komfortkriterien	1196
20.5	Straßenbrücken	1197
20.5.1	Allgemeines	1197
20.5.2	Grundfrequenz von Straßenbrücken	1198
20.5.3	Einflussparameter auf dynamische Effekte	1200
20.6	Beispiele	1201
<b>21.</b>	<b>Stoßartige Beanspruchungen</b>	<b>1229</b>
21.1	Sprödbbruch in redundanten Tragwerken	1230
21.1.1	Stoßbeanspruchung nach Bruch eines Bauteils	1230
21.1.2	Beispiele	1234
21.2	Stoßbeanspruchung bei elastisch-plastischem Tragverhalten – Einführung	1237
21.2.1	Einwirkung einer Sprungkraft auf einen EFS mit elastisch-plastischer Rückstellfunktion – analytische Lösung	1237
21.2.2	Einwirkung einer Sprungkraft oder Impulskraft auf einen EFS mit elastisch-plastischer Rückstellfunktion – numerische Lösung	1242
21.3	Stoßbeanspruchung in Baukonstruktionen	1248
21.3.1	Vorbemerkungen	1248
21.3.2	Aufprallstoß auf elastisch reagierende Tragwerke	1249
21.3.2.1	Stoßzahl	1249
21.3.2.2	Beispiele	1253
21.3.2.3	Wellengleichung – Wellenlösung	1258
21.3.3	Stoßarten und Stoßwirkungen	1263
21.3.4	Prallstoß durch stürzende oder springende Personen	1265
21.3.5	Schutznetze	1267
21.3.5.1	Schutznetze bei Bau- und Montagearbeiten	1267
21.3.5.2	Steinschlagschutzsysteme	1267
21.3.6	Windwurf von Bäumen	1268
21.3.7	Anprallstoß durch Fahrzeuge	1276
21.3.8	Anprallstoß durch Schiffe	1279
21.3.9	Flugzeugabsturz	1281
21.3.10	Explosionsbelastung	1287

21.3.11	Waffenwirkung – Zivilschutz	1290
21.3.12	Flugzeugknalle – Abschussknalle	1290
<b>22.</b>	<b>Schwingungen von Seilabspannungen und Seiltragwerken</b>	<b>1299</b>
22.1	Einführung	1300
22.2	Tragwerke mit Seilabspannungen	1300
22.2.1	Bauformen	1300
22.2.2	Abstrebung – Abspannung	1301
22.2.3	Statische und dynamische Federsteifigkeit durchhängender Horizontalseile	1304
22.2.3.1	Aufgabenstellung	1304
22.2.3.2	Statische Federsteifigkeit des durchhängenden Horizontalseiles	1304
22.2.3.3	Dynamische Federsteifigkeit des durchhängenden Horizontalseiles	1308
22.2.4	Statische und dynamische Federsteifigkeit durchhängender Schrägseile	1313
22.2.4.1	Statische Federsteifigkeit durchhängender Schrägseile	1313
22.2.4.2	Dynamische Federsteifigkeit durchhängender Schrägseile	1316
22.2.4.3	Eigenfrequenzen von Seilen	1319
22.2.4.4	Beispiel	1320
22.2.5	Parametererregte Seilschwingungen	1325
22.2.5.1	Schwingungsphänomen	1325
22.2.5.2	Anmerkungen	1332
22.2.6	Dynamische Berechnung abgespannter Mäste	1338
22.3	Tragwerke mit Seilabhängungen	1345
22.3.1	Bauformen	1345
22.3.2	Schrägseilbrücken	1346
22.3.3	Hängebrücken	1351
22.3.4	Durchhängendes Horizontalseil mit Biegesteifigkeit	1352
22.3.4.1	Vorbemerkungen	1352
22.3.4.2	Eigenschwingungen	1352
22.3.5	Hängedächer	1358
22.3.6	Freileitungen	1361
22.3.6.1	Allgemeine Hinweise	1361
22.3.6.2	Schnellhöhe bei Eisabfall	1361
22.4	Seilschwingungen in der Fördertechnik und im Leitungsbau	1364
<b>23.</b>	<b>Turmartige Bauwerke und Anlagen</b>	<b>1371</b>
23.1	Turmartige Bauwerke	1372
23.1.1	Einleitung	1372
23.1.2	Modellbildung und Schwingungsberechnung	1372
23.1.3	Beispiel: Münchner Fernsehurm	1379
23.2	Glockentürme	1382
23.2.1	Vorbemerkungen	1382
23.2.2	Glockenkräfte	1382
23.2.3	Experimenteller Befund	1385
23.2.4	Zur konstruktiven Auslegung	1386
23.2.5	Beispiel: Glockenturm in Mauerwerk	1386
23.3	Windenergieanlagen	1390
23.3.1	Einleitung	1390
23.3.2	Schwingungen von Windenergieanlagen	1391

23.3.3	Standsicherheitsnachweise	1399
23.3.4	Gesamtdynamische Berechnung	1400
<b>24.</b>	<b>Badendynamik</b>	<b>1407</b>
24.1	Allgemeines	1408
24.2	Dynamische Bodenkennwerte	1410
24.3	Verstärkungseffekte weicher Bodenschichten bei Erdbeben	1414
24.3.1	Standorteffekte	1414
24.3.2	Berechnungsverfahren	1415
24.3.3	Ein-Schicht-Modell	1417
24.3.4	Standorteffekte	1420
24.3.5	Anmerkungen	1424
24.3.5.1	Berechnungsverfahren im Zeitbereich	1424
24.3.5.1.1	Inhomogene Bodenprofile	1425
24.3.5.1.2	Normung	1425
24.3.5.1.3	Mikrozonierung	1425
24.4	Boden-Bauwerk-Wechselwirkung	1425
24.4.1	Einführung	1425
24.4.2	Impedanzfunktionen starrer Fundamente	1426
24.4.2.1	Allgemeines	1426
24.4.2.2	Kreisförmige Fundamente auf einem Halbraum	1429
24.4.2.3	Fundamente mit allgemeiner Geometrie	1434
24.4.2.4	Inhomogene Böden	1437
24.4.2.4.1	Kontinuierliche Steifigkeitszunahme mit der Tiefe	1437
24.4.2.4.2	Weiche Bodenschicht über einem Halbraum	1443
24.4.2.4.3	Beliebige Schichtung	1446
24.4.2.4.4	Anisotrope Böden	1446
24.4.2.5	Eingebettete Fundamentkörper	1446
24.4.3	Vereinfachte Modelle	1451
24.4.3.1	Einfreiheitsgradschwinger-Analogen	1451
24.4.3.2	Feder-Dämpfer-Masse-Modelle	1453
24.4.3.3	Konusmodelle	1455
24.4.4	Ermittlung von Impedanzfunktionen	1455
24.4.5	Besondere Aspekte der Boden-Bauwerk-Wechselwirkung	1457
24.4.5.1	Wechselwirkung mehrerer Fundamente	1457
24.4.5.2	Wellenanregung	1458
24.4.5.3	Flexible Bodenplatten	1458
24.4.5.4	Klaffende Bodenfuge	1458
24.4.5.5	Pfahlgründungen	1458
24.5	Numerische Verfahren	1459
24.5.1	Verfahren im Frequenz- und Zeitbereich	1459
24.5.2	Verfahren auf der Grundlage Green'scher Funktionen (TLM)	1459
24.5.3	Finite-Element-Methode (FEM)	1459
24.5.4	Randelementmethode (BEM)	1460
24.5.5	Scaled boundary finite element method (SBFEM)	1460
24.5.6	Software	1461
24.6	Anwendungen	1462
24.6.1	Maschinenfundamente	1462

24.6.2	Erdbebenuntersuchung von Bauwerken	1464
24.6.3	Bodendynamische Probleme	1468
<b>25.</b>	<b>Lösung transzendenter und algebraischer Gleichungen</b>	<b>1481</b>
25.1	Allgemeines	1482
25.2	Lösung transzendenter Gleichungen	1482
25.2.1	Verfahren Regula falsi	1482
25.2.2	Beispiele	1483
25.3	Lösung algebraischer Gleichungen	1484
25.3.1	Gleichungen 2. und 3. Grades	1484
25.3.2	Newton-Verfahren	1486
<b>26.</b>	<b>Matrizen, Determinanten, Eigenwerte und Eigenvektoren</b>	<b>1489</b>
26.1	Allgemeines	1490
26.2	Definitionen	1490
26.3	Matrizentransposition	1491
26.4	Matrizenaddition und Matrizenabstraktion	1492
26.5	Matrizenmultiplikation	1492
26.6	Rang einer Matrix	1495
26.7	Determinante einer quadratischen Matrix	1496
26.8	Inverse einer quadratischen Matrix	1500
26.9	Lösung linearer Gleichungssysteme	1502
26.9.1	Vorbemerkung	1502
26.9.2	Gauss'sches Eliminationsverfahren	1503
26.9.3	Gauss'-Seidel'sches Iterationsverfahren	1505
26.10	Eigenwerte/Eigenvektoren einer quadratischen Matrix	1507
26.10.1	Spezielles Eigenwertproblem	1507
26.10.2	Allgemeines Eigenwertproblem	1510
26.10.3	Numerische Verfahren zur Lösung spezieller Eigenwertprobleme symmetrischer Matrizen	1510
26.10.3.1	Vorbemerkung	1510
26.10.3.2	Iterationsverfahren nach v. Mises	1511
26.10.3.3	Transformationsverfahren nach Jacobi	1513
26.10.3.4	Schlussbemerkung	1514
26.10.3.5	Ähnlichkeitstransformation zur Eigenfrequenzberechnung bei Mehrfreiheitsgradschwingern	1514
<b>27.</b>	<b>Numerische Differenziation und Integration</b>	<b>1517</b>
27.1	Allgemeines	1518
27.2	Numerische Differenziation	1518
27.3	Numerische Integration	1521
<b>28.</b>	<b>Numerische Zeitschrittverfahren für Anfangswertprobleme I</b>	<b>1527</b>
28.1	Allgemeines	1528
<b>28.2</b>	<b>Verfahren nach Euler-Cauchy</b>	<b>1528</b>
28.2.1	Algorithmus	1528
28.2.2	Beispiele	1529
28.2.3	Abbruchfehler	1533

28.3	Verfahren nach Heun und Runge-Kutta für Differenzialgleichungen 1. Ordnung	1534
28.4	Verfahren nach Runge-Kutta für Differenzialgleichungen 2. Ordnung	1537
28.4.1	Algorithmus	1537
28.4.2	Beispiele	1538
28.5	Verfahren nach Runge-Kutta für Differenzialgleichungssysteme 2. Ordnung	1546
28.5.1	Algorithmus	1546
28.5.2	Beispiele	1547
28.6	Prädiktor-Korrektor-Verfahren	1553
<b>29.</b>	<b>Numerische Zeitschrittverfahren für Anfangswertprobleme II</b>	<b>1557</b>
29.1	Allgemeines	1558
29.2	Zentrales Differenzenverfahren	1559
29.3	Verfahren von Houbolt	1561
29.4	Verfahren von Park	1562
29.5	Intervallweise konstante und lineare Annäherung der Beschleunigung	1563
29.5.1	Berechnungsformeln	1563
29.5.2	Verfahren von Newmark	1566
29.5.3	Programmierung des Newmark-Verfahrens und Beispiele	1567
29.5.4	Verfahren von Wilson	1577
29.6	Anmerkungen und Ergänzungen	1580
29.7	Numerische Zeitschrittintegration nichtlinearer Schwingungsprobleme	1585
29.7.1	Vorbemerkungen	1585
29.7.2	Exemplarische Behandlung eines geometrisch-nichtlinearen Einfreiheitsgradschwingers	1586
29.7.3	Exemplarische Behandlung eines physikalisch-nichtlinearen Einfreiheitsgradschwingers	1587
29.8	Differenzenformeln	1590
<b>30.</b>	<b>Darstellung harmonischer Schwingungen in der komplexen Zahlenebene</b>	<b>1597</b>
30.1	Vorbemerkungen	1598
30.2	Harmonische Funktion	1598
30.3	Überlagerung harmonischer Funktionen gleicher Frequenz	1600
30.4	Überlagerung harmonischer Funktionen unterschiedlicher Frequenz	1601
30.5	Beispiele	1606
<b>31.</b>	<b>Fourier-Reihenentwicklung periodischer Funktionen</b>	<b>1609</b>
31.1	Fourier-Reihenentwicklung mit der Periode $T = 2\kappa$	1610
31.1.1	Anmerkungen	1611
31.2	Fourier-Reihenentwicklung mit der Periode $T = 2\kappa / \omega$ – Reelle Fassung	1613
31.3	Fourier-Reihenentwicklung mit der Periode $T = 2\kappa i \omega$ – Komplexe Fassung für harmonische Schwingungen	1617
31.4	Konvergenz der Fourier-Reihenentwicklung	1620
<b>32.</b>	<b>Fourier-Integralentwicklung aperiodischer Funktionen</b>	<b>1621</b>
32.1	Übergang von der Fourier-Reihe zum Fourier-Integral	1622
32.2	Fourier-Transformation – Reelle Fassung	1623
32.3	Fourier-Transformation – Komplexe Fassung	1625

32.4	Fourier-Transformierte der $n$ -ten Ableitung von $x(t)$	1626
32.5	Beispiele	1627
32.6	Wechselbeziehung zwischen Fourier-Reihe und Fourier-Integral	1631
<b>33.</b>	<b>Diskrete Fourier-Transformation und Fast Fourier Transform</b>	<b>1639</b>
33.1	Vorbemerkungen	1640
33.2	Diskrete Fourier-Reihenentwicklung (DFR)	1640
33.3	Beispiele zur Diskreten Fourier-Reihenentwicklung (DFR)	1644
33.4	Inverse Diskrete Fourier-Reihe (IDFR)	1651
33.5	Nyquist-Frequenz	1652
33.6	Signalanalyse	1656
33.6.1	Allgemeine Hinweise	1656
33.6.2	Fensterstechnik	1659
33.6.3	DFT eines aperiodischen Signals	1664
<b>34.</b>	<b>Zufallsgrößen und Zufallsprozesse</b>	<b>1669</b>
34.1	Vorbemerkung	1670
34.2	Wahrscheinlichkeit	1670
34.2.1	Wahrscheinlichkeit für das Eintreten eines Elementarereignisses	1670
34.2.2	Wahrscheinlichkeit für das Eintreten miteinander verknüpfter Ereignisse	1671
34.2.2.1	Wahrscheinlichkeit für das Produkt der Ereignisse $A$ und $B$	1671
34.2.2.2	Wahrscheinlichkeit für die Summe der Ereignisse $A$ und $B$	1673
34.3	Statistik eindimensionaler Zufallsgrößen	1673
34.3.1	Häufigkeitsverteilung	1674
34.3.2	Parameter empirischer Verteilungen	1676
34.3.3	Beispiel	1679
34.3.4	Dichtefunktion und Verteilungsfunktion eindimensionaler Zufallsgrößen	1682
34.3.5	Funktionen von Zufallsvariablen	1684
34.3.6	Spezielle Verteilungen eindimensionaler Zufallsgrößen	1686
34.3.6.1	Allgemeines	1686
34.3.6.2	Gauss-Verteilung	1686
34.3.6.3	Rayleigh-Verteilung	1689
34.4	Statistik zweidimensionaler Zufallsgrößen	1690
34.4.1	Häufigkeitsverteilung	1690
34.4.2	Parameter empirischer Verteilungen	1691
34.4.3	Beispiele	1692
34.4.4	Dichte- und Verteilungsfunktion zweidimensionaler Zufallsgrößen	1695
34.5	Eindimensionaler Zufallsprozess	1698
34.5.1	Schmittlung	1698
34.5.2	Zeitmittelung	1701
34.5.2.1	Zeitmittelwerte	1701
34.5.2.2	Autokorrelationsfunktion	1704
34.5.3	Autoleistungsspektrum	1705
34.5.3.1	Vorbemerkungen – Fourier-Transformation	1705
34.5.3.2	Fundamentalbeziehung von Wiener-Khintchine	1706
34.5.4	Unterschiedliche Typen eindimensionaler Prozesse	1709
34.5.4.1	Harmonischer Prozess	1709
34.5.4.2	Überblick über unterschiedliche Zufallsprozesse	1712

34.5.4.3	Anmerkung zu den verwendeten Begriffen und Definitionen	1713
34.5.4.4	Beispiele und Ergänzungen	1715
34.6	Zweidimensionaler Zufallsprozess	1718
34.7	Numerische Analyse stochastischer Prozesse	1723
34.7.1	Häufigkeitsverteilung	1723
34.7.2	Autokorrelationsfunktion	1724
34.7.3	Autoleistungsspektrum	1725
34.7.3.1	Indirekte Berechnung von $S(\cdot)$	1725
34.7.3.2	Direkte Berechnung von $S(\cdot)$	1729
34.7.3.3	Beispiel	1732
34.8	Gauss-Prozess	1736
34.8.1	Einführung	1736
34.8.2	Verteilung der Überschreitungen der Klassengrenze $x = \xi$ pro Zeiteinheit	1737
34.8.3	Verteilung der Spitzenwerte	1740
34.8.3.1	Allgemeiner Prozess	1740
34.8.3.2	Veranschaulichung des Parameters $N_0 / V$ ,	1743
34.8.3.3	Schmalbandiger Prozess	1744
34.8.4	Verteilung der Extremwerte	1745
<b>Sachwortverzeichnis</b>		<b>1749</b>