

Holm Altenbach

Kontinuumsmechanik

**Einführung in die materialunabhängigen
und materialabhängigen Gleichungen**

4., korrigierte und überarbeitete Auflage

Springer Vieweg

Inhaltsverzeichnis

Teil I Grundbegriffe und mathematische Grundlagen

1	Einführung	3
1.1	Wichtige Entwicklungsetappen der Kontinuumsmechanik	3
1.2	Aufgaben und Modelle der Kontinuumsmechanik	7
1.3	Teilgebiete der Kontinuumsmechanik	10
1.4	Grundlegende Begriffe in der Kontinuumsmechanik	11
1.4.1	Raum	12
1.4.2	Zeit	12
1.4.3	Körper	13
1.4.4	Masse	13
1.4.5	Homogenität und Isotropie	14
1.4.5.1	Homogenität	14
1.4.5.2	Isotropie	15
	Literaturverzeichnis	15
2	Mathematische Grundlagen der Tensoralgebra und Tensoranalysis ..	17
2.1	Koordinatenfreie Notation und Indeschreibweise	17
2.1.1	Darstellungsformen für Skalare, Vektoren und Tensoren...	18
2.1.2	Vektoren und Tensoren	22
2.1.2.1	Polare und axiale Vektoren	22
2.1.2.2	Tensoren zweiter Stufe	24
2.1.2.3	Tensoren höherer Stufe	24
2.2	Tensoralgebra	25
2.2.1	Rechenregeln für Vektoren	26
2.2.2	Rechenregeln für Dyaden	30
2.2.3	Spezielle Tensoren zweiter Stufe	35
2.2.4	Rechenregeln für spezielle Tensoren	38
2.2.5	Eigenwertproblem für symmetrische Tensoren	39
2.2.5.1	Eigenwerte und Eigenvektoren	39
2.2.5.2	Hauptachsentransformation	40

2.2.5.3	Satz von Cayley-Hamilton	42
2.2.6	Polare Zerlegung von regulären Tensoren 2. Stufe	43
2.3	Tensoranalysis	44
2.3.1	Tensorwertige Funktionen einer skalaren Variablen	44
2.3.2	Nabla-Operator	44
2.3.3	Integralsätze	46
2.4	Tensorfunktionen	48
2.4.1	Lineare Funktionen tensorieller Argumente	48
2.4.2	Skalarwertige Funktionen tensorieller Argumente	49
2.4.3	Differentiation von speziellen skalarwertigen Funktionen...	50
2.4.4	Differentiation von tensorwertigen Funktionen	51
2.4.5	Isotrope Funktionen tensorieller Argumente	52
2.5	Übungsbeispiele	53
2.6	Lösungen	55
	Literaturverzeichnis	69

Teil II Materialunabhängige Gleichungen

3	Kinematik des Kontinuums	73
3.1	Materielle Körper und ihre Bewegungsmöglichkeiten	73
3.2	Lagrange'sche und Euler'sche Betrachtungsweise, Zeitableitungen	76
3.2.1	Zwei Betrachtungsweisen	76
3.2.2	Ableitung skalarer, vektorieller und tensorieller Funktionen nach der Zeit	77
3.3	Deformationen und Deformationsgradienten	80
3.4	Geschwindigkeitsfelder, Geschwindigkeitsgradient	85
3.5	Verzerrungen und Verzerrungsmaße	91
3.6	Deformations-, Rotations- und Verzerrungsgeschwindigkeiten	109
3.7	Verschiebungsvektor und Verschiebungsgradient	115
3.8	Geometrische Linearisierung der kinematischen Gleichungen	117
3.9	Übungsbeispiele	124
3.10	Lösungen	126
	Literaturverzeichnis	137
4	Kinetische Größen und Gleichungen	139
4.1	Klassifikation der äußeren Belastungen	139
4.1.1	Volumenkraftdichte	140
4.1.2	Oberflächenkraftdichte	141
4.2	Cauchy'scher Spannungsvektor und Spannungstensor	143
4.3	Gleichgewichtsbedingungen und Bewegungsgleichungen	148
4.4	Spannungsvektoren und Spannungstensoren nach Piola-Kirchhoff..	154
4.5	Übungsbeispiele	160
4.6	Lösungen	161
	Literaturverzeichnis	168

5	Bilanzgleichungen	169
5.1	Allgemeine Formulierung von Bilanzgleichungen	169
5.1.1	Globale und lokale Gleichungen für stetige Felder	170
5.1.2	Integration von Volumenintegralen mit zeitabhängigen Integrationsbereichen - Transporttheorem	175
5.1.3	Einfluss von Sprungbedingungen	180
5.2	Mechanische Bilanzgleichungen	181
5.2.1	Massenbilanz - Massenerhaltungssatz	181
5.2.2	Impulsbilanz	184
5.2.3	Drehimpulsbilanz	187
5.2.4	Mechanische Energiebilanz	189
5.3	Thermodynamische Erweiterungen der Bilanzgleichungen	196
5.3.1	Vorbemerkungen und Notationen	196
5.3.2	Bilanz der Energie: 1. Hauptsatz der Thermodynamik	199
5.3.3	Bilanz der Entropie: 2. Hauptsatz der Thermodynamik	203
	Literaturverzeichnis	208
Teil IQ Materialabhängige Gleichungen		
6	Materialverhalten und Konstitutivgleichungen	211
6.1	Grundlegende Begriffe, Modelle und Methoden	211
6.2	Einführung in die Materialtheorie	216
6.2.1	Grundlegende Prinzipien	216
6.2.2	Objektive Tensoren und objektive Zeitableitungen	220
	Literaturverzeichnis	232
7	Deduktiv abgeleitete Konstitutivgleichungen	233
7.1	Allgemeine Konstitutivgleichungen thermomechanischer Materialien	233
7.2	Beispiele deduktiv abgeleiteter Konstitutivgleichungen	236
7.2.1	Thermoelastisches einfaches Material	236
7.2.2	Thermoviskoses Materialverhalten	240
7.2.3	Ideales Gas	243
7.2.4	Newton'sche Fluide	246
7.2.5	Einbeziehung von inneren Variablen	248
7.3	Übungsbeispiel	252
7.4	Lösung	252
	Literaturverzeichnis	254
8	Induktiv abgeleitete Konstitutivgleichungen	255
8.1	Elastizität	255
8.2	Plastizität	268
8.3	Viskosität	277
8.4	Kriechen	279
8.5	Übungsbeispiele	283
8.6	Lösungen	284

Literaturverzeichnis	285
9 Methode der rheologischen Modelle	287
9.1 Grundlagen der Modellierung mit rheologischen Modellen	287
9.2 Elementare rheologische Grundmodelle	289
9.2.1 Hooke'sches (elastisches) Element	289
9.2.2 Newton'sches (viskoses) Element	290
9.2.3 Saint-Venant'sches (plastisches) Element	291
9.2.4 Kopplung elementarer Theologischer Grundmodelle	291
9.3 Allgemeine rheologische Grundmodelle	292
9.3.1 Elastische Volumenänderungen	293
9.3.2 Elastische Gestaltänderungen	295
9.3.3 Viskose Gestaltänderungen	296
9.3.4 Plastische Gestaltänderungen	296
9.3.5 Kopplung allgemeiner Theologischer Grundmodelle	297
9.4 Übungsbeispiele	298
9.5 Lösungen	299
Literaturverzeichnis	304
Teil IV <u>Anfangs-Randwertprobleme der Kontinuumsmechanik</u>	
10 Grundgleichungen der linearen Elastizitätstheorie	307
10.1 Feldgleichungen der Elastizitätstheorie	307
10.1.1 Darstellung in den Verschiebungen	308
10.1.2 Darstellung in den Spannungen	310
10.2 Anfangs- und Randbedingungen	312
10.3 Lineare Thermoelastizität	313
Literaturverzeichnis	316
11 Grundgleichungen linearer viskoser Fluide	317
11.1 Grundgleichungen	317
11.2 Lösungsmöglichkeiten	321
Literaturverzeichnis	324
Teil V Anhang	
A Elastizitäts- und Nachgiebigkeitsmatrizen	327
A.1 Elastizitätsgesetz in Vektor-Matrix-Darstellung	327
A.2 Monoklines Materialverhalten	330
A.3 Orthotropes Materialverhalten	331
A.4 Transversal-isotropes Materialverhalten	333
A.5 Kubisches Materialverhalten	334
A.6 Isotropes Materialverhalten	335
Literaturverzeichnis	336
Sachverzeichnis	337