

Randolf Roth

Das theoretische Konzept  
eines Volatilitätsderivates  
und seine Anwendung  
auf die DAX-Optionen

<b>Technische Universität Darmstadt</b>
Fachbereich 1
Betriebswirtschaftliche Bibliothek
Inventar-Nr.: 51114
Abstell-Nr.: A 6 / 561
.....
.....
00786022



**PETER LANG**  
Europäischer Verlag der Wissenschaften

## Inhaltsverzeichnis

Abkürzungsverzeichnis .....	XIII
Abbildungsverzeichnis .....	XV
Tabellenverzeichnis .....	XV
<b>I Einleitung</b> .....	<b>1</b>
1 Motivation .....	1
2 Aufbau der Arbeit .....	3
<b>II Theoretische Grundlagen</b> .....	<b>5</b>
1 Einführung .....	5
2 Allgemeine Grundlagen .....	5
2.1 Volatilität .....	5
2.1.1 Definition .....	5
2.1.2 Ursachen der Volatilität .....	8
2.1.2.1 Informationen .....	8
2.1.2.2 Handelsprozesse .....	9
2.1.2.3 Terminhandel .....	9
2.1.2.4 Handelsvolumen .....	13
2.2 Optionskontrakt .....	13
2.3 Future- und Forwardkontrakt .....	18
2.3.1 Der Unterschied zwischen dem Future-/Forwardpreis und dem Preis eines Future-/Forwardkontrakts .....	19
2.3.2 Die unterschiedliche Bewertung von Future- und Forwardkontrakten .....	21
2.3.2.1 Der Unterschied zwischen dem Preis eines Futurekontrakts und dem Preis eines Forwardkontrakts .....	21
2.3.2.2 Der Unterschied zwischen Future- und Forwardpreis .....	23
2.3.3 Die Quotierung von Future- und Forwardkontrakten .....	24
2.4 Arbitrage .....	25
3 Die Bedeutung der Volatilität für die Optionsbewertung .....	26
3.1 Vorbemerkungen .....	26

3.2	Klassifikation der Optionspreismodelle hinsichtlich der Annahmen über die Volatilität des Basisinstruments .....	27
3.2.1	Optionspreismodelle mit konstanter Volatilität .....	27
3.2.1.1	Allgemeines .....	27
3.2.1.2	Das Black/Scholes-Modell.....	27
3.2.2	Optionspreismodell mit deterministischer, nicht konstanter Volatilität.....	32
3.2.3	Optionspreismodelle mit funktionaler Abhängigkeit der Volatilität.....	32
3.2.4	Optionspreismodelle mit eigenständiger Stochastik der Volatilität.....	34
3.3	Volatilitätsarten und ihre Charakteristika.....	36
3.3.1	Historische Volatilität .....	37
3.3.2	Zukünftige Volatilität.....	39
3.3.3	Erwartete Volatilität .....	40
3.3.4	Implizite Volatilität .....	42
3.3.5	Realisierte Volatilität.....	46
3.3.6	Zusammenfassung.....	46
3.4	Die Abgrenzung der Volatilitätsrisiken .....	47
3.4.1	Volatilitäts-Gamma-Risiko .....	49
3.4.2	Vega-Risiko.....	52
4	Das Konzept der Volatilitätsindizes .....	53
5	Allgemeine Beschreibung eines Volatilitätsderivates .....	56
<b>III</b>	<b>Die Spezifikation des Volatilitätsfutures .....</b>	<b>61</b>
1	Einführung.....	61
2	Das Basisinstrument des Volatilitätsfutures .....	61
2.1	Die Auswahl des Basisinstruments der Optionen.....	62
2.2	Die Auswahl der Basispreise der Optionen .....	63
2.3	Die Bestimmung der Laufzeit der Optionen.....	66
2.4	Zusammenfassung .....	67
3	Der Schlußabrechnungspreis und die Auszahlungsfunktion des Volatilitätsfutures ...	67
4	Die Bestimmung der Basisvolatilität während der Laufzeit des Derivates .....	70
4.1	Einführung .....	70
4.2	Die Veranschaulichung des Konzepts der impliziten Forwardvolatilität .....	71
4.3	Die Bestimmung der impliziten Forwardvolatilität.....	72

5	Resümee .....	74
<b>IV</b>	<b>Die Replikation des Volatilitätsfutures .....</b>	<b>77</b>
1	Einführung .....	77
2	Die Ableitung des Replikationsportfolios für einen beliebigen festen Zeitpunkt.....	77
2.1	Synthetische Nachbildung der Basisvolatilität des Volatilitätsfutures .....	78
2.2	Synthetische Nachbildung der Vegasensitivität des Volatilitätsfutures .....	83
2.3	Vollständige synthetische Nachbildung des Volatilitätsfutures .....	93
2.3.1	Das Delta des Vega-Replikationsportfolios .....	93
2.3.1.1	Die Ableitung des Deltas .....	93
2.3.1.2	Die Bestimmung des delta-neutral gehedgten Vega-Replikationsportfolios .....	94
2.3.1.2.1	Delta-Hedge mit dem Basisinstrument der Optionen .....	95
2.3.1.2.2	Delta-Hedge mit dem Future auf das Basisinstrument der Optionen.....	95
2.3.2	Das Gamma des Vega-Replikationsportfolios .....	97
2.3.3	Das Theta des Vega-Replikationsportfolios.....	99
2.4	Zusammenfassung .....	102
3	Intertemporale Replikation des Volatilitätsfutures .....	102
4	Resümee.....	105
<b>V</b>	<b>Die Bewertung des Volatilitätsfutures mit dem Cost-of-Carry-Modell .....</b>	<b>107</b>
1	Einführung .....	107
2	Das Cost-of-Carry-Modell.....	108
3	Die Anwendung des Cost-of-Carry-Modells auf den Volatilitätsfuture .....	110
3.1	Spezialfall: Die Fehlbewertung des Volatilitätsfutures wird sofort beseitigt .....	113
3.2	Allgemeiner Fall .....	119
4	Resümee.....	129
<b>VI</b>	<b>Die Berücksichtigung von Marktunvollkommenheiten bei der Bewertung des Volatilitätsfutures .....</b>	<b>131</b>
1	Einführung .....	131
2	Die Beschreibung alternativer intertemporaler Replikationsstrategien .....	131
2.1	Vorbemerkungen .....	131

2.2 Die Ableitung des Replikationsportfolios für die Keep-strike-Strategie.....	135
2.2.1 Das Vega-Replikationsportfolio.....	135
2.2.2 Die Bestimmung des vollständigen Replikationsportfolios.....	139
2.2.2.1 Das Delta des Vega-Replikationsportfolio .....	139
2.2.2.2 Das Gamma des Vega-Replikationsportfolios.....	141
2.2.2.3 Das Theta des Vega-Replikationsportfolios .....	141
2.2.3 Zusammenfassung zur Keep-strike-Strategie.....	143
2.3 Die Ableitung des Replikationsportfolios für die Adjust-strike-Strategie .....	144
2.3.1 Das Vega-Replikationsportfolio.....	144
2.3.2 Die Bestimmung des vollständigen Replikationsportfolios.....	149
2.3.2.1 Das Delta des Vega-Replikationsportfolios.....	149
2.3.2.2 Das Gamma des Vega-Replikationsportfolios.....	150
2.3.2.3 Das Theta des Vega-Replikationsportfolios .....	151
2.3.3 Zusammenfassung zur Adjust-strike-Strategie .....	152
2.4 Zusammenfassung .....	154
3 Die Bewertung des Volatilitätsfutures.....	155
3.1 Die Berücksichtigung eines gespaltenen Zinssatzes.....	155
3.2 Die Berücksichtigung von Transaktionskosten .....	167
3.2.1 Roll-over-Strategie.....	168
3.2.2 Adjust-strike-Strategie .....	177
3.2.3 Vergleich von Adjust-strike- und Roll-over-Strategie .....	184
3.2.3.1 Vergleich der Arbitragegewinnfunktionen .....	184
3.2.3.2 Vergleich der Arbitragebänder.....	189
3.2.4 Zusammenfassung.....	194
4 Restüree.....	194
<b>VII Die Anwendung des Volatilitätsfuturekonzepts auf die DAX-Optionen .....</b>	<b>197</b>
1 Einführung .....	197
2 Die DAX-Optionen.....	197
2.1 Das Basisinstrument DAX.....	197
2.1.1 Allgemeines.....	197
2.1.2 Die Berechnung des DAX.....	200
2.2 Die Eurex als Markt der DAX-Optionen und des VOLAX-Futures .....	206

2.3	Die Ausstattungsmerkmale der DAX-Optionen .....	208
3	Der VOLAX-Future .....	211
3.1	Allgemeines .....	211
3.2	Die Volatilitätsindizes der Deutschen Börse .....	211
3.2.1	Das Grundkonzept des VDAX und seiner Subindizes .....	212
3.2.2	Die VDAX-Subindizes .....	213
3.2.2.1	Datengewinnung, Datenfiltrierung und Datenaufbereitung .....	214
3.2.2.2	Die Bestimmung des ATM-Punktes .....	216
3.2.2.3	Die Bestimmung der impliziten Volatilität der ATM-Optionen .....	219
3.2.2.4	Die Berechnung der VDAX-Subindizes .....	220
3.2.3	Die Konstruktion des VDAX .....	221
3.2.4	Bedingungen für die Veröffentlichung von VDAX sowie der VDAX-Subindizes .....	223
3.3	Die Beschreibung des VOLAX-Futures .....	224
3.3.1	Kontraktsspezifikation .....	224
3.3.2	Die Basisvolatilität des VOLAX-Futures .....	226
3.3.3	Der theoretische Preis des VOLAX-Futures .....	227
3.3.4	Die synthetische Nachbildung des VOLAX-Futures .....	227
3.3.4.1	Die ATM-Basispreise existieren .....	227
3.3.4.2	Die ATM-Basispreise existieren nicht .....	228
3.3.4.2.1	Der theoretische Ansatz .....	228
3.3.4.2.2	Ein vereinfachter Ansatz .....	230
3.3.4.3	Schlußfolgerungen .....	231
3.4	Die Einsatzmöglichkeiten des VOLAX-Futures .....	232
3.4.1	Vega-Hedge .....	232
3.4.1.1	Naive Hedgeratio .....	233
3.4.1.2	Varianzminimale Hedgeratio .....	234
3.4.1.2.1	Die Ableitung der varianzminimalen Hedgeratio .....	234
3.4.1.2.2	Die Schätzung des Betas in der varianzminimalen Hedgeratio .....	237
3.4.1.2.2.1	Das Modell .....	237
3.4.1.2.2.2	Datenherkunft und Datenaufbereitung .....	238
3.4.1.2.2.3	Die Ergebnisse .....	240

3.4.1.3 Zusammenfassung.....	247
3.4.2 Volatilitätshandel .....	248
3.4.3 Arbitrage.....	252
3.5 Die VOLAX-Future-Marktevidenz .....	253
4 Resümee.....	255
<b>VIII Zusammenfassung und Ausblick.....</b>	<b>257</b>
<b>Anhang.....</b>	<b>259</b>
A Optionsbewertung nach Black/Scholes .....	259
B Der Preis eines ATM-Straddle ist um so größer, je länger die Restlaufzeit der Optionen ist.....	263
C Die Analyse der Risikoparameter des Vega-Replikationsportfolios .....	265
D Die Berücksichtigung eines möglichen Zinsänderungsrisikos bei der Bestim- mung des vollständigen Replikationsportfolios .....	270
E Die Analyse der Risikoparameter des nach der Keep-strike-Strategie abge- leiteten Vega-Replikationsportfolios.....	276
F Die Analyse der Risikoparameter des nach der Adjust-strike-Strategie abgeleiteten Vega-Replikationsportfolios .....	280
G Die Ableitung der Vega-Replikationsratios für die Adjust-strike-Strategie bei mehr als einer Anpassung .....	287
H Bemerkungen zu einer möglichen Replikation des Volatilitätsfutures mit Forward-Start-Optionen.....	297
I Die Ableitung der Arbitragegewinnfunktion für die Reverse-Cash-and- Carry-Arbitrage unter Berücksichtigung von Transaktionskosten für Roll- over- und Adjust-strike-Strategie .....	299
K Beispiele zur Replikation des VOLAX-Futures .....	303
<b>Literaturverzeichnis.....</b>	<b>311</b>