

# Multivariate Statistik

Lehr- und Handbuch der  
angewandten Statistik

Von  
o. Prof. Dr. Joachim Hartung  
und  
Dr. Bärbel Elpelt  
Fachbereich Statistik der  
Universität Dortmund

mit 138 Abbildungen und zahlreichen vollständig  
durchgerechneten Beispielen

4., durchgesehene Auflage

TECHNISCHE HOCHSCHULE DARMSTADT	
Fachbereich 1	
<u>Gesamtbibliothek</u>	
<u>Betriebswirtschaftslehre</u>	
Inventar-Nr.	44 263
Abstell-Nr.	305/419
Sauggebiete:	9. 2. 0
	00158190

R. Oldenbourg Verlag München Wien

# Inhaltsverzeichnis

VORWORT .....	XIII
EINLEITUNG UND ÜBERBLICK .....	1
KAPITEL I: EINFÜHRUNG UND GRUNDLAGEN .....	17
1 Grundlegende Begriffe und elementare Datenbeschreibung .....	18
1.1 Merkmalstypen und Klassenbildung .....	18
1.2 Häufigkeiten, Summenhäufigkeiten und empirische Verteilungs- funktion .....	19
1.3 Empirische Lagemaße .....	21
1.4 Empirische Streuungsmaße .....	23
2 Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung .....	25
2.1 Wahrscheinlichkeiten und bedingte Wahrscheinlichkeiten .....	26
2.2 Zufallsvariable und Verteilungen .....	28
2.3 Kenngrößen von Zufallsvariablen .....	32
3 Prinzipien des Schätzens und Testens; t-, $\chi^2$ - und F-Verteilung .....	38
4 Vektor- und Matrizenrechnung .....	48
5 Mehrdimensionale und multivariate Verteilungen .....	64
6 Daten- und Distanzmatrix .....	70
KAPITEL II: DIE REGRESSIONSANALYSE .....	77
1 Multiple Regressionsanalyse für quantitative Daten .....	81
2 Das Gemischte Lineare Modell .....	118
3 Diskrete Regressionsanalyse für qualitative Daten; Lineares Wahr- scheinlichkeitsmodell, Probit-, Logitanalyse .....	128
KAPITEL III: DIE KORRELATIONSANALYSE .....	143
1 Die Korrelation normalverteilter Merkmale .....	144
1.1 Die Korrelation zweier normalverteilter Merkmale .....	144
1.1.1 Tests und Konfidenzintervalle für $\rho$ .....	153
1.1.2 Vergleich von Korrelationen mehrerer Merkmalspaare .....	159
1.2 Zusammenhangsanalyse mehrerer Merkmale .....	162
1.3 Die multiple Korrelation .....	167
1.4 Die kanonische Korrelation .....	172
1.5 Die partielle Korrelation .....	181
1.6 Die bi-partielle Korrelation .....	186

---

2 Die Korrelation von nicht-normalverteilten Zufallsvariablen .....	190
2.1 Der Spearmansche Rangkorrelationskoeffizient .....	191
2.2 Der Kendallsche Korrelationskoeffizient .....	199
2.3 Korrelationskoeffizienten bei ordinalen Merkmalen .....	201
3 Assoziationsmaße und loglineares Modell für Kontingenztafeln .....	206
4 Ein zusammenfassendes Beispiel .....	212
KAPITEL IV: MULTIVARIATE EIN- UND ZWEISTICHPROBENPROBLEME; DISKRIMINANZANALYSE, REDUKTION VON MERKMALEN ....	
1 Das Multivariate Einstichprobenproblem .....	223
1.1 Schätzen des Mittelwertvektors $\mu$ und der Kovarianzmatrix $\Sigma$ .....	223
1.2 Test über den Mittelwertvektor $\mu$ bei bekannter Kovarianzmatrix $\Sigma$ ..	225
1.3 Test über den Mittelwertvektor $\mu$ bei unbekannter Kovarianz- matrix $\Sigma$ .....	227
1.4 Ein Symmetrietest .....	228
2 Das Multivariate Zweistichprobenproblem .....	230
2.1 Mittelwertvergleich bei unverbundenen Stichproben .....	230
2.2 Mittelwertvergleich bei verbundenen Stichproben .....	232
3 Die Prüfung von Kovarianzhypothesen .....	234
3.1 Ein Test über die Struktur einer Kovarianzmatrix $\Sigma$ .....	234
3.2 Ein Test auf Gleichheit mehrerer Kovarianzmatrizen .....	236
3.3 Ein simultaner Test über Mittelwertvektor und Kovarianzmatrix im Einstichprobenproblem .....	238
4 Die Diskriminanzanalyse (Identifikation von Objekten) .....	240
4.1 Der Zweigruppenfall .....	242
4.2 Der Mehrgruppenfall .....	245
4.3 Ein Beispiel .....	247
4.4 Ein Trennmaß und die Reduktion von Merkmalen .....	251
5 Ein zusammenfassendes Beispiel .....	258
KAPITEL V: AUFBEREITUNG UND AUSWERTUNG QUALITATIVER UND GEMISCHTER DATEN - SKALIERUNG KATEGORIELLER MERKMALE (SKALIERUNG IN KONTINGENZTAFELN) .....	
1 Skalierung ordinaler und nominaler Merkmalsausprägungen .....	276
1.1 Skalierung ordinaler Merkmalsausprägungen .....	277
1.2 Skalierung nominaler Merkmalsausprägungen in zweidimensionalen Kontingenztafeln - kategorielle Skalierung, Lancaster - Ska- lierung .....	282

2	Multivariate Analyseverfahren in skalierten Kontingenztafeln mit einer Kriteriumsvariablen (Calibration Patterns) .....	290
2.1	Beste Diskriminatoren zwischen den Stufen der Kriteriumsvariablen .....	296
2.2	Methoden der Güteprüfung einer Skalierung .....	300
2.2.1	Die Güteprüfung mittels Diskriminanzfunktionen .....	301
2.2.2	Die Güteprüfung mittels Mahalanobisdistanzen .....	304
2.3	Die Klassifizierung neuer Objekte .....	307
2.4	Gewinnung einer Daten- und Distanzmatrix zur weiteren multivariaten Analyse .....	309
3	Ein Beispiel aus der Marktforschung zur Analyse multivariater kategoriemer Daten .....	313
4	Skalierung kategoriemer Merkmalsausprägungen von $p$ Merkmalen .....	322
4.1	Bestimmung der empirischen Korrelationsmatrix für $p$ kategoriemer Merkmale .....	323
4.2	Das Kriterium der maximalen Maximum-Exzentrizität und der minimalen Determinante .....	331
4.3	Das Kriterium der maximalen multiplen Korrelation .....	334
4.4	Das Kriterium der maximalen kanonischen Korrelation .....	347
5	Skalierung kategoriemer Merkmalsausprägungen bei gemischten Datentypen.....	350
6	Korrespondenzanalyse, Guttman'sche Skalierung und die ALS-Verfahren ...	369
KAPITEL VI: DIE MULTIDIMENSIONALE SKALIERUNG (MDS) .....		377
1	Nonlinear Mapping .....	384
2	Die Haupt-Koordinaten-Methode .....	393
3	Das Verfahren von Kruskal .....	405
4	Die Unfolding-Technik .....	420
4.1	Die Methode der Dreiecksanalyse .....	421
4.2	Der Goode-Phillips-Algorithmus .....	426
KAPITEL VII: DIE CLUSTERANALYSE .....		443
1	Klassifikationstypen .....	447
2	Bewertungskriterien für Klassifikationen .....	454
2.1	Maße für die Homogenität einer Klasse .....	454
2.2	Maße für die Heterogenität zwischen den Klassen .....	456
2.3	Maße für die Güte einer Klassifikation .....	458

3 Konstruktionsverfahren für Überdeckungen .....	460
3.1 Ein exhaustives Verfahren für kleine Objektmengen .....	461
3.2 Ein iteratives Konstruktionsverfahren .....	463
4 Konstruktionsverfahren für Partitionen .....	465
4.1 Ein iteratives Verfahren .....	465
4.2 Ein rekursives Verfahren .....	469
5 Ein Verfahren zur Konstruktion einer Quasihierarchie .....	473
6 Ein Verfahren zur Konstruktion einer Hierarchie .....	478
7 Klassenzuordnung neuer Objekte - Diskrimination, Identifikation .....	489
8 Ein zusammenfassendes Beispiel .....	494
 KAPITEL VIII: DIE FAKTORENANALYSE .....	 505
1 Die Bestimmung der Faktorladungen .....	518
1.1 Die Maximum-Likelihood-Methode und ein Test über die Anzahl der Faktoren .....	519
1.2 Die kanonische Faktorenanalyse .....	525
1.3 Die Hauptkomponenten- und die Hauptfaktorenanalyse .....	527
1.4 Die Zentroidmethode .....	534
1.5 Die Jöreskog-Methode .....	541
2 Die Rotation der Faktoren .....	546
2.1 Die orthogonale Rotation der Faktoren .....	548
2.1.1 Die Varimax-Methode .....	551
2.1.2 Die Quartimax-Methode .....	559
2.2 Schiefwinkelige Rotation - Die Methode der Primärfaktoren .....	561
3 Schätzen von Faktorenwerten .....	568
4 Ein zusammenfassendes Beispiel .....	576
 KAPITEL IX: GRAPHISCHE VERFAHREN .....	 593
1 Gemeinsame Repräsentation von Objekten und (oder) Merkmalen .....	595
1.1 Graphische Darstellung ein- und zweidimensionaler Daten .....	596
1.1.1 Stem and Leaves und Box-Plot .....	597
1.1.2 Graphische Darstellung zweidimensionaler Daten am Beispiel eines Produkt-Markt-Portfolios .....	600
1.2 Die Probability-Plotting-Technik: Überprüfung auf multivariate Normalverteilung und multivariate Ausreißer (Q-Q-Plot) .....	602
1.3 Gleichzeitige Repräsentation von Merkmalen und Objekten: Der Bi-Plot .....	605
1.4 Weitere Graphische Repräsentationsformen für Objekte und Merkmale .....	608

2	Repräsentation einzelner Objekte oder Merkmale .....	610
2.1	Einfache Darstellungsformen bei Repräsentation von Merkmals- werten durch Strecken .....	612
2.1.1	Profile, Streifen .....	613
2.1.2	Polygonzüge .....	613
2.1.3	Sterne .....	614
2.1.4	Sonnen .....	614
2.1.5	Glyphs .....	616
2.2	Darstellung von Objekten mittels Diamanten .....	617
2.3	Darstellung von Objekten mittels Gesichtern .....	618
2.4	Darstellung von Objekten durch trigonometrische Funktionen .....	622
2.4.1	Andrews-Plots .....	622
2.4.2	Blumen .....	623
2.5	Darstellung von Objekten unter Berücksichtigung der Merkmals- ähnlichkeiten .....	626
2.5.1	Quader .....	628
2.5.2	Bäume .....	629
2.5.3	Burgen .....	633
2.6	Darstellung von Objekten unter Berücksichtigung der Diskrimi- nationsgüte der Merkmale: Facetten .....	636
2.7	Darstellung von Objekten unter Berücksichtigung der Merkmals- korrelationen: Bi-Plot-Sonnen .....	638
3	Bilanzkennzahlen der chemischen Industrie zwischen 1965 und 1980: Ein Beispiel für die Anwendung graphischer Verfahren zur Darstellung zeitlicher Entwicklungen .....	639

KAPITEL X: DAS MULTIVARIATE LINEARE MODELL (MULTIVARIATE  
REGRESSIONS-, VARIANZ-, KOVARIANZ- UND PROFIL-  
ANALYSE, MULTIVARIATE VARIANZKOMPONENTENMODELLE,  
PRÄZISIONSBESTIMMUNG BEI MEBINSTRUMENTEN) .....

1	Das Multivariate Lineare Modell mit festen Effekten (Modell I) .....	656
1.1	Das allgemeine restringierte Multivariate Lineare Modell .....	659
1.2	Testverfahren im allgemeinen restringierten Multivariaten Linearen Modell .....	664
1.3	Multivariate Regressions- und Kovarianzanalyse .....	667
1.4	Einige Modelle der Multivariaten Varianzanalyse (MANOVA) mit festen Effekten .....	692
1.4.1	Die einfaktorielle multivariate Varianzanalyse (Vergleich von $r$ unabhängigen Stichproben) .....	693
1.4.2	Die multivariate zweifache Kreuzklassifikation mit Wechselwirkungen .....	700

1.4.3 Die multivariate zweifache Kreuzklassifikation mit einer Beobachtung pro Zelle (Das einfache multivariate Block-experiment) .....	705
1.4.4 Die multivariate zweifach hierarchische Klassifikation .....	707
1.5 Die Profilanalyse zur Untersuchung von Wachstums- und Verlaufskurven im Multivariaten Linearen Modell mit festen Effekten .....	710
1.5.1 Normalverteilungsverfahren .....	713
1.5.2 Ein nichtparametrisches Verfahren .....	717
2 Das Multivariate Lineare Modell mit zufälligen Effekten (MANOVA - Modelle II, Multivariate Varianzkomponentenmodelle) .....	719
2.1 Die balancierte multivariate Einfachklassifikation mit zufälligen Effekten .....	723
2.2 Das balancierte zweifach hierarchische Modell mit zufälligen Effekten .....	725
2.3 Das balancierte dreifach hierarchische Modell mit zufälligen Effekten .....	727
2.4 Die balancierte zweifache Kreuzklassifikation mit zufälligen Effekten .....	731
2.5 Ein Modell zur Präzisionsbestimmung von Meßinstrumenten bei zerstörenden Prüfungen .....	736
ANHANG .....	741
1 Tabellenanhang .....	741
- Verteilungsfunktion $\phi(x)$ der Standardnormalverteilung $N(0;1)$ [Tab.1] .....	742
- Quantile $u_\gamma$ der Standardnormalverteilung $N(0;1)$ [Tab.2] .....	743
- Quantile $t_{n;\gamma}$ der t-Verteilung [Tab.3] .....	744
- Quantile $\chi_{n;\gamma}^2$ der $\chi^2$ -Verteilung [Tab.4] .....	745
- Quantile $F_{n_1, n_2; \gamma}$ der F-Verteilung [Tab.5] .....	747
- Nomogramme von D.L. Heck zum Roy-Test [Chart I bis Chart XII] .....	754
2 Erläuterungen zu den multivariaten Testverfahren .....	766
2.1 Zum Roy-Test .....	766
2.2 Zum Wilks-Test .....	767
2.3 Zum Hotelling-Lawley-Test .....	768
2.4 Zum Pillai-Bartlett-Test .....	769
3 Griechisches Alphabet .....	770
4 Literaturverzeichnis .....	771
5 Stichwortverzeichnis .....	785
6 Symbolverzeichnis .....	807
Ende .....	815