

Fritz Leonhardt

---

# **Vorlesungen über Massivbau**

---

Vierter Teil

Nachweis der Gebrauchsfähigkeit

Rissebeschränkung, Formänderungen,  
Momentenumlagerung und Bruchlinientheorie  
im Stahlbetonbau

Von F. Leonhardt

Zweite Auflage



Springer-Verlag

Berlin · Heidelberg · New York 1978

*HLuHB Darmstadt*



13808430

# Inhaltsverzeichnis

1. <u>Nachweise für Gebrauchsfähigkeit</u> .....	1
1.1 Anforderungsgrade der Nutzung im Gebrauchsbereich .....	1
1.2 Grenzwerte des Verhaltens der Tragwerke .....	2
2. <u>Rissebeschränkung, Begrenzung der Rißbreiten</u> .....	3
2.1 Einführung .....	3
2.1.1 Rißbildung und Zweck der Rissebeschränkung .....	3
2.1.2 Arten der Risse .....	4
2.1.3 Zur Definition der Rißbreite $w$ .....	7
2.2 Vorgänge bei der Rißbildung .....	7
2.2.1 Spannungssprung im Stahl und Verbundstörung beim 1. Riß .....	7
2.2.2 Rißabstände in bewehrten Zugzonen - Rißbildungsgrade .....	11
2.2.3 Rißabstände bei relativ zu $d$ niedrigen Zugzonen .....	14
2.2.4 Wirkungszone der Bewehrung $F_{bw}$ .....	14
2.3 Ermittlung der Rißabstände für die Praxis .....	16
2.3.1 Einführung von $k$ -Faktoren .....	16
2.4 Ermittlung der Rißbreiten .....	18
2.4.1 Die Entwicklung der Rißbreite bei Erstbelastung .....	18
2.4.2 Einfluß von Lastwiederholungen und Lastdauer .....	22
2.4.3 Die kritische Rißbreite .....	23
2.4.4 Formeln für die kritische Rißbreite .....	23
2.5 Einfluß der Abweichung der Bewehrungsrichtung von der Spannungs- richtung auf die Rißbreite .....	25
2.6 Rißbreitenbeschränkung nach DIN 1045 .....	25
2.6.1 Herleitung der Formel .....	25
2.6.2 kein Rißnachweis für $\mu_z \leq 0,3\%$ - ein Irrtum .....	26
2.7 Praktische Anwendung der Erkenntnisse zur Rissebeschränkung bei Zug und Biegung .....	27
2.7.1 Diagramme für Rissebeschränkung bei Zug durch Zwangspannungen oder Lastspannungen .....	27
2.7.2 Diagramme für Biegung und Biegung mit Längskraft (Zug oder Druck) .....	30
2.7.3 Einfluß von Schwinden und Temperatur auf die Rißbreite .....	33
2.7.4 Rissebeschränkung bei Spannbetonträgern mit beschränkter, mäßiger bzw. teilweiser Vorspannung .....	34
2.8 Beschränkung von Schubrißbreiten .....	36
2.8.1 Schubrißbreiten in Stegen von Balken .....	36
2.8.2 Schubrißbreiten in Platten oder dicken Stegen .....	38

2.9	Beschränkung der Torsions-Rißbreiten . . . . .	39
2.9.1	Vorbemerkung . . . . .	39
2.9.2	Die maßgebende Stahlspannung $\sigma_{eT}$ . . . . .	39
2.9.3	Berechnung der Rißbreiten bei Torsion für $(90^\circ + 0^\circ)$ -Bewehrung ..	40
2.9.4	Rißbreiten bei Torsion für $45^\circ$ -Bewehrung . . . . .	42
2.10	Beschränkung der Breite von Oberflächenrissen infolge von Eigenspannungen	42
2.11	Rißbreitenbeschränkung ohne Bewehrung . . . . .	42
2.12	Beispiele der Anwendung . . . . .	44
2.13	Praktische Hinweise, Nachweisgrenzen . . . . .	56
2.13.1	Nachweis der Rissebeschränkung kann entfallen . . . . .	56
2.13.2	Stababstände der Bewehrungen . . . . .	57
2.14	Mindestbewehrungen . . . . .	57
<b>3.</b>	<b>Formänderungen der Betontragwerke - Allgemeines</b> . . . . .	<b>61</b>
3.1	Zweck der Berechnung von Formänderungen . . . . .	61
3.1.1	Für die Sicherung der Gebrauchsfähigkeit . . . . .	61
3.1.2	Für die Sicherung der Tragfähigkeit . . . . .	61
3.2	Ursachen, Arten, Rechengrößen und Streuung der Formänderungen . . . . .	61
3.2.1	Ursachen und Arten . . . . .	61
3.2.2	Rechenwerte der Steifigkeiten . . . . .	62
3.2.2.1	Baustoffkennwerte $E_e$ und $E_b$ . . . . .	62
3.2.2.2	Querschnittswerte . . . . .	65
3.2.3	Streuung der Steifigkeiten . . . . .	66
3.2.4	Schwind- und Kriechbeiwerte . . . . .	66
3.3	Die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen . . . . .	67
3.3.1	Einfluß von Art und Grad der Beanspruchung auf die mittlere Dehnung von Zugstäben . . . . .	67
3.3.2	Annahmen für die rechnerische Erfassung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen . . . . .	70
3.4	Annahmen für die Streubreite der Steifigkeiten . . . . .	72
3.5	Annahmen für die Berücksichtigung von Lastwiederholungen . . . . .	73
<b>4.</b>	<b>Verformungen durch Längskraft, Dehnsteifigkeit</b> . . . . .	<b>75</b>
4.1	Verkürzung von Druckgliedern bei mittigem Druck Kurzzeit und Dauerlast . . . . .	75
4.2	Verlängerung von Zuggliedern bei mittigem Zug . . . . .	79
4.2.1	Zustand I bei Kurzzeit- und Dauerlast . . . . .	79
4.2.2	Zustand II bei Kurzzeit- und Dauerlast . . . . .	80
<b>5.</b>	<b>Verformungen durch Biegung, Biegesteifigkeit</b> <b>- ohne Schubverformung und ohne Längskraft -</b> . . . . .	<b>85</b>
5.1	Grundlagen zum Verständnis, einfach dargestellt . . . . .	85
5.2	Biegesteifigkeit im Zustand I . . . . .	88
5.3	Biegesteifigkeit im Rißbildungsbereich - nur für $\mu < 0,7\%$ von Bedeutung .	89
5.4	Biegesteifigkeit im Zustand II, abgeschlossene Rißbildung . . . . .	90
5.5	Biegesteifigkeit im nackten Zustand II . . . . .	91
5.6	Verlauf der Biegesteifigkeiten bei steigender Biegebeanspruchung . . . . .	95

5.7	Die Berechnung von Durchbiegungen $f_0$ bei Erst- und Kurzzeitlast . . . . .	96
5.7.1	Verschiedene Abhängigkeiten . . . . .	96
5.7.2	Ermittlung der anfänglichen Durchbiegung $f_0$ . . . . .	97
5.7.3	Vereinfachte Verfahren für $f_0$ . . . . .	99
5.7.4	Verminderung der anfänglichen Durchbiegung durch Druckgurtbewehrung . . . . .	101
5.8	Berechnung der Durchbiegung bei Dauerlast (Kriechen u. Schwinden) . . . . .	101
5.8.1	Durchbiegung infolge Kriechen des Betons und Einfluß von Biegedruckbewehrung . . . . .	101
5.8.2	Durchbiegung infolge Schwinden des Betons im Zustand II . . . . .	104
5.9	Weitere Hinweise zur Durchbiegung . . . . .	106
5.9.1	Durchbiegung bei Biegung mit Längskraft und bei besonderen Querschnitten . . . . .	106
5.9.2	Einige Hilfsmittel für verschiedene statische Systeme und Belastungen . . . . .	106
5.10	Verhütung von Schäden durch Durchbiegungen von Stahlbetontragwerken und Begrenzung der Durchbiegung . . . . .	109
5.10.1	Häufige Schadensarten und Abhilfe . . . . .	109
5.10.2	Vorbeugung gegen Schäden . . . . .	112
5.10.3	Begrenzung der Durchbiegungen und Schlankheiten $l/d$ . . . . .	112
<b>6.</b>	<b><u>Verformungen durch Querkraft, Schubverformungen, Schubsteifigkeiten</u></b> . . . . .	<b>113</b>
6.1	Überblick, praktische Bedeutung . . . . .	113
6.2	Schubverformungen im Zustand I (in der Praxis vernachlässigbar) . . . . .	114
6.3	Schubverformungen im Zustand II . . . . .	115
6.3.1	Wichtige Vorbemerkung . . . . .	115
6.3.2	Theoretische Grundformeln für die Schubsteifigkeit im nackten Zustand II mit dem Modell des Fachwerkes mit parallelen Gurten . . . . .	116
6.3.3	Empirische Anpassung der Grundformel für Zustand II an die wirklichen Verhältnisse mit erweiterter Fachwerkanalogie . . . . .	119
6.4	Nachträgliche Schubverformungen durch Kriechen und Schwinden des Betons im Zustand II . . . . .	121
6.5	Einige Angaben zur Beurteilung der Schubsteifigkeit . . . . .	122
6.5.1	Verhältnis der Schubsteifigkeiten im Zustand II und Zustand I . . . . .	123
6.5.2	Verhältnis der Anteile der Durchbiegung aus Schub und Biegung zur Beurteilung der Grenze für die Berücksichtigung der Schubverformung . . . . .	124
<b>7.</b>	<b><u>Verformungen durch Torsion, Torsionssteifigkeiten</u></b> . . . . .	<b>127</b>
7.1	Überblick, praktische Bedeutung . . . . .	127
7.2	Torsionssteifigkeit im Zustand I . . . . .	130
7.3	Torsionssteifigkeit im Zustand II, einschließlich Rißbildungsbereich . . . . .	131
7.3.1	Abgrenzung des Rißbildungsbereiches . . . . .	131
7.3.2	Grundformeln für die Torsionssteifigkeit im nackten Zustand II . . . . .	132
7.3.3	Empirische Anpassung der Grundformel für Zustand II im Rißbildungsbereich und bis zur $M_T$ . . . . .	136
7.4	Nachträgliche Torsionsverformungen durch Kriechen und Schwinden des Betons im Zustand II . . . . .	139
7.5	Verhältnis zwischen Torsions- und Biegesteifigkeit . . . . .	140

7.6	Torsions- und Biegesteifigkeiten bei Torsion mit Biegung und Querkraft . . .	141
7.6.1	Vorbemerkung . . . . .	141
7.6.2	Gegenseitige Beeinflussung von T, M und Q . . . . .	143
7.6.3	Vorläufige Empfehlung zur Berechnung der Verformungen bei T, M und Q . . . . .	146
7.7	Einfluß der Vorspannung auf Torsionsverformungen . . . . .	147
<b>8.</b>	<b>Formänderungen im plastischen Bereich (Zustand III) . . . . .</b>	<b>149</b>
8.1	Zweck der Betrachtung des Zustandes III . . . . .	149
8.2	Biegeverformungen im Zustand III . . . . .	149
8.3	Plastische Gelenke, Gelenkrotation . . . . .	154
8.4	Rotation bei Biegung mit Längsdruckkraft (M und N) . . . . .	162
8.5	Momentenumlagerung in statisch unbestimmt gelagerten Tragwerken . . . . .	162
8.5.1	Momentenverteilung im Zustand II . . . . .	162
8.5.2	Momentenumlagerung im Zustand III . . . . .	165
8.5.3	Vereinfachte, linearisierte Methode für Momentenumlagerung . . . . .	171
<b>9.</b>	<b>Bruchlinientheorie für Flächentragwerke, vorzugsweise für Platten</b> <b>(Yield line theory), Von E. Mönning . . . . .</b>	<b>175</b>
9.1	Vorbemerkung . . . . .	175
9.2	Einleitung . . . . .	176
9.3	Die Bruchlinien . . . . .	177
9.4	Die Schnittgrößen . . . . .	178
9.5	Besondere Verhältnisse an Plattenecken . . . . .	182
9.6	Ermittlung der Traglast als maßgebendes Bruchmoment . . . . .	183
9.7	Einschränkungen für die Anwendung der Bruchlinientheorie . . . . .	185
9.8	Beispiel . . . . .	186
	Schrifttumverzeichnis . . . . .	189