

Einführung in die Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

von

David S. Huang Ph. D.

Professor für Wirtschaftswissenschaften an der
Southern Methodist University, Dallas (Texas)

und

Dr. Wilfried Schulz

Professor für Volkswirtschaftslehre an der
Bundeswehrhochschule München

TECHNISCHE HOCHSCHULE DARMSTADT
Fachbereich 1
<u>Gesamtbibliothek</u>
<u>Betriebswirtschaftslehre</u>
Inventar-Nr. : 35.249
Abstell-Nr. : B 05/303
Sachgebiete : 9.1.1

R. Oldenbourg Verlag München Wien

	Seite
Kapitel 1: Die Mathematik in den Wirtschaftswissenschaften	1
1.1. Zur Entstehung der mathematischen Nationalökonomie	1
1.2. Zur mathematischen Methode in den Wirtschaftswissenschaften	3
Literatur zu Kapitel 1	5
Kapitel 2: Einige elementare Begriffe und Instrumente	7
2.1. Das Zahlensystem	7
2.1.1. Ganze Zahlen	7
2.1.2. Rationale Zahlen	7
2.1.3. Irrationale Zahlen	8
2.1.4. Das Kontinuum der rationalen Zahlen	8
2.1.5. Imaginäre Zahlen	9
2.1.6. Die Menge der Zahlen im Zahlensystem	10
Übungsaufgaben 2.1.	11
2.2. Mengen, Relationen, Funktionen	11
2.2.1. Mengen und Relationen	13
2.2.2. Mengen und Funktionen	14
Übungsaufgaben 2.2.	17
2.3. Koordinatengeometrie	18
2.3.1. Rechtwinkliges Koordinatensystem	19
2.3.2. Gleichungen	20
2.3.3. Gleichungssysteme	21
2.3.4. Lineare Ungleichungen	22
Übungsaufgaben 2.3.	23
2.4. Logarithmen	25
2.4.1. Exponenten	25
2.4.2. Definition der Logarithmen	26
2.4.3. Einige Anwendungen	29
Übungsaufgaben 2.4.	31
2.5. Reihen	31
2.5.1. Arithmetische Reihen	31
2.5.2. Summe arithmetischer Reihen	32
2.5.3. Geometrische Reihen	33
Übungsaufgaben 2.5.	35
Ausgewählte Literaturhinweise	36
Kapitel 3: Funktionen, Grenzwerte und Ableitungen	39
3.1. Typen von Funktionen und ihre Grafen	39
3.1.1. Funktionen von Polynomen	39
3.1.2. Gebrochen rationale Funktionen	41
3.1.3. Explizite algebraische Funktionen	42

3.1.4. Exponentialfunktionen	43
3.1.5. Logarithmische Funktionen	44
Übungsaufgaben 3.1.	45
3.2. Grenzwerte und Stetigkeit	46
3.2.1. Grenzwerte von Zahlenreihen	46
3.2.2. Grenzwerte einer Funktion	47
3.2.3. Operationen mit Grenzwerten	50
3.2.4. Stetigkeit von Funktionen	51
3.2.5. Ableitungen	53
3.2.6. Grenzerlösfunktion	56
3.2.7. Differentiation	57
Übungsaufgaben 3.2.	57
Ausgewählte Literaturhinweise	58
Kapitel 4: Technik des Differenzierens	59
4.1. Einige Differentiationsregeln	59
4.1.1. Ableitung einer Konstanten	59
4.1.2. Ableitung der unabhängigen Variablen	60
4.1.3. Ableitung einer Potenzfunktion	60
4.1.4. Ableitung einer mit einer Konstanten multiplizierten Funktion	61
4.1.5. Ableitung einer Summe von Funktionen	62
4.1.6. Ableitung eines Produktes von Funktionen	62
4.1.7. Ableitung eines Quotienten von Funktionen	63
4.1.8. Kettenregel	65
Übungsaufgaben 4.1.	65
4.2. Ableitungen höherer Ordnung	66
Übungsaufgaben 4.2.	67
4.3. Anwendungen der Ableitungen	68
4.3.1. Prüfen von Extremwerten	68
4.3.2. Beziehung zwischen Durchschnitts- und Grenzwerten	71
4.3.3. Anwendungen auf das Monopol	73
4.3.4. Das Dyopolproblem	75
4.3.5. Produktionsfunktionen	78
Übungsaufgaben 4.3.	79
4.4. Die Differentiation von Logarithmen und Exponenten	81
4.4.1. Die Eulersche Zahl e	81
4.4.2. Ableitungen einer logarithmischen Funktion	81
4.4.3. Ableitungen einer Exponentialfunktion	84
4.4.4. Preiselastizität der Nachfrage	85
4.4.5. Grenzerlös und Preiselastizität der Nachfrage	86
Übungsaufgabe 4.4.	87
Ausgewählte Literaturhinweise	87
Kapitel 5: Partielle Differentiation	89
5.1. Funktionen von zwei und mehr Variablen	89
Übungsaufgaben 5.1.	91

5.2.	Grenzwerte und Stetigkeit	92
5.2.1.	Grenzwerte	92
5.2.2.	Stetigkeit	93
5.3.	Partielle Ableitungen	93
	Übungsaufgaben 5.3.	95
5.4.	Partielle Ableitungen höherer Ordnung	96
	Übungsaufgaben 5.4.	97
5.5.	Einige Anwendungen	97
5.5.1.	Homogene Funktionen	98
5.5.2.	Das Eulersche Theorem	100
5.5.3.	Einige Bemerkungen über linear homogene Produktions- funktionen	102
	Übungsaufgaben 5.5.	105
5.6.	Totale Differentiale	105
5.6.1.	Einfache Differentialformel	106
5.6.2.	Definition des totalen Differentials	108
5.7.	Totale Ableitung	109
	Übungsaufgaben 5.7.	111
5.8.	Differentiation impliziter Funktionen	111
	Übungsaufgaben 5.8	112
5.9.	Die Produktionsfunktion von Solow	113
5.10.	Maxima und Minima	115
	Übungsaufgaben 5.10.	120
5.11.	Monopolist mit zwei Gütern	120
	Übungsaufgaben 5.11.	122
5.12.	Optimierung unter Nebenbedingungen	123
5.12.1.	Die Reduktionsmethode	124
5.12.2.	Lagranges Methode der unbestimmten Multiplikatoren	125
5.13.	Nachfrage nach Konsumgütern	128
5.14.	Nachfrage nach Produktionsfaktoren	130
	Übungsaufgaben 5.14.	132
	Ausgewählte Literaturhinweise	133
Kapitel 6: Grundbegriffe der Integralrechnung		135
6.1.	Das bestimmte Integral	135
6.2.	Das unbestimmte Integral und der Hauptsatz der Integralrechnung ..	141
6.3.	Das Rechnen mit Integralen	143
	Übungsaufgaben 6.3.	146
6.4.	Die Konsumentenrente	147
	Übungsaufgaben 6.4.	148
6.5.	Abgezinste Kapitalwerte	148
	Übungsaufgaben 6.5.	151

Kapitel 7: Differenzen- und Differentialgleichungen	153
7.1. Postkeynesianische Wachstumsmodelle	153
7.2. Differenzgleichungen	155
7.2.1. Bezeichnungen	156
7.2.2. Das Lösen einer Differenzgleichung	158
Übungsaufgaben 7.2.	160
7.3. Homogene Systeme erster Ordnung	161
7.3.1. Die Lösung homogener erster Ordnung	161
7.3.2. Das Verhalten der Lösung eines homogenen Systems erster Ordnung	163
Übungsaufgaben 7.3.	165
7.4. Inhomogene Systeme erster Ordnung	166
7.4.1. Ein Beispiel	166
7.4.2. Die Lösung eines inhomogenen Systems erster Ordnung	167
7.4.3. Das Verhalten von Lösungen in Systemen erster Ordnung	168
Übungsaufgaben 7.4.	169
7.5. Homogene Systeme zweiter Ordnung	170
7.5.1. Das Multiplikator-Akzelerator-Modell des Einkommenswachstums	170
7.5.2. Die Lösung von homogenen Systemen zweiter Ordnung	171
7.5.3. Reelle und ungleiche Wurzeln	172
7.5.4. Reelle und gleiche Wurzeln	174
7.5.5. Komplexe und imaginäre Zahlen	175
7.5.6. Komplexe und imaginäre Wurzeln	178
Übungsaufgaben 7.5.	180
7.6. Inhomogene Systeme zweiter Ordnung	181
Übungsaufgaben 7.6.	183
7.7. Interpretation von Systemen zweiter Ordnung	184
7.7.1. Reelle und ungleiche Wurzeln	184
7.7.2. Komplexe und imaginäre Wurzeln	185
Übungsaufgaben 7.7.	185
7.8. Gewöhnliche Differentialgleichungen	185
7.8.1. Klassifikation der Differentialgleichungen	185
7.8.2. Die Lösung einer Differentialgleichung	187
Übungsaufgaben 7.8.	188
7.9. Differentialgleichungen erster Ordnung und ersten Grades	189
7.9.1. Trennbare Variable	190
7.9.2. Exakte Differentialgleichungen	191
7.9.3. Lineare Differentialgleichungen erster Ordnung	192
7.9.4. Eine nochmalige Überprüfung des einfachen Wachstumsmodells von Domar	194
Übungsaufgaben 7.9.	195
Anhang: Die Grundlagen der ebenen Trigonometrie	197
Ausgewählte Literaturhinweise	201

Kapitel 8: Vektoren und Matrizen	203
8.1. Begriffe in der Matrixalgebra	205
Übungsaufgaben 8.1.	208
8.2. Vektoren	208
8.2.1. Einige grundlegende Begriffe	209
8.2.2. Vektoralgebra	210
Übungsaufgaben 8.2.	213
8.3. Vektorräume	214
8.3.1. Lineare Abhängigkeit	217
8.3.2. Basisvektoren	218
Übungsaufgaben 8.3.	221
8.4. Matrizen	221
8.4.1. Einige spezielle Matrizen	222
8.4.2. Einige grundlegende Matrixoperationen	223
Übungsaufgaben 8.4.	228
8.5. Determinanten	229
Übungsaufgaben 8.5.	234
8.6. Adjunkte und Inverse	234
Übungsaufgaben 8.6.	236
8.7. Einige Eigenschaften von Matrizen	237
8.7.1. Elementare Operationen	237
8.7.2. Äquivalenz	240
8.7.3. Rang einer Matrix	242
8.7.4. Rangbestimmung mit Hilfe der Staffelform	224
Übungsaufgaben 8.7.	245
Ausgewählte Literaturhinweise	247
Kapitel 9: Systeme von linearen Gleichungen	249
9.1. Das Lösen von linearen Gleichungen	249
Übungsaufgaben 9.1.	251
9.2. Eine allgemeine Lösungsmethode	251
9.3. Die Zahl der Gleichungen entspricht der Zahl der Unbekannten	254
9.3.1. Inhomogene Systeme	254
9.3.2. Homogene Systeme	254
Übungsaufgaben 9.3.	257
9.4. Die Zahl der Gleichungen entspricht nicht der Zahl der Unbekannten ..	257
9.4.1. Mehr Gleichungen als Unbekannte	257
9.4.2. Mehr Unbekannte als Gleichungen	259
Übungsaufgaben 9.4.	261
9.5. Die Cramersche Regel	261
Übungsaufgaben 9.5.	262
Ausgewählte Literaturhinweise	262
Kapitel 10: Weitere Anwendungen der Matrixalgebra	263
10.1. Input-Output-Analyse	263

10.1.1. Die Verflechtungstabelle	263
10.1.2. Die Matrix der Inputkoeffizienten	265
10.1.3. Die Befriedigung der Endnachfrage	267
Übungsaufgaben 10.1.	269
10.2. Lineare Regressionsmodelle	270
10.2.1. Einfache Regression	270
10.2.2. Matrixableitungen	274
10.2.3. Multiple Regression	276
Übungsaufgaben 10.2.	279
10.3. Ausblick	280
Ausgewählte Literaturhinweise	281
Lösungen zu den ungeradzahligen Übungsaufgaben	282
Stichwortverzeichnis	295