

Hermann Haken

# Synergetik

Eine Einführung

Nichtgleichgewichts-Phasenübergänge und  
Selbstorganisation in Physik, Chemie und Biologie

Übersetzt von A. Wunderlin

Zweite Auflage

Mit 160 Abbildungen

Bibliothek des Fachgebietes  
Hydraulik und Hydrologie

Technische Hochschule Darmstadt  
D-6100 Darmstadt/Petersenstraße

Inv.-Nr. 2236

20.2.87

Springer-Verlag  
Berlin Heidelberg New York Tokyo 1983

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Das Ziel</b>	
1.1 Ordnung und Unordnung: Typische Erscheinungen	1
1.2 Einige charakteristische Problemstellungen	12
1.3 Wie wir vorgehen	16
<b>2. Wahrscheinlichkeit</b>	
2.1 Das Objekt unserer Untersuchungen: die Ergebnismenge	19
2.2 Zufallsvariable	22
2.3 Wahrscheinlichkeit	23
2.4 Verteilungen	24
2.5 Zufallsvariable und Wahrscheinlichkeitsdichten	26
2.6 Die Verbundwahrscheinlichkeit	29
2.7 Erwartungswerte $E(X)$ , Momente	31
2.8 Bedingte Wahrscheinlichkeiten	32
2.9 Unabhängige und abhängige Zufallsvariable	34
2.10* Erzeugende Funktionen und charakteristische Funktionen	35
2.11 Eine spezielle Wahrscheinlichkeitsverteilung: die Binomialverteilung	37
2.12 Die Poisson-Verteilung	40
2.13 Die Normalverteilung (Gauß-Verteilung)	42
2.14 Die Stirlingsche Formel	44
2.15* Der zentrale Grenzwertsatz	44
<b>3. Information</b>	
3.1 Grundlegende Ideen	47
3.2* Informationsgewinn. Eine anschauliche Herleitung	52
3.3 Informationsentropie und Nebenbedingungen	55
3.4 Ein Beispiel der Physik: Die Thermodynamik	61
3.5* Ein Zugang zur irreversiblen Thermodynamik	64
3.6 Die Entropie – Fluch der statistischen Mechanik?	74
<b>4. Der Zufall</b>	
4.1 Ein Modell für die Brownsche Bewegung	77
4.2 Die Zufallsbewegung und ihre Master-Gleichung	83
4.3* Verbundwahrscheinlichkeit und Wege. Markov-Prozesse. Die Chapman-Kolmogorov-Gleichung	88
4.3.1 Ein Beispiel für die Verbundwahrscheinlichkeit: das Wegintegral als Lösung der Diffusionsgleichung	92

4.4*	Über den Gebrauch von Verbundwahrscheinlichkeiten. Momente. Die charakteristische Funktion. Gauß-Prozesse .....	94
4.5	Die Master-Gleichung .....	97
4.6	Die exakte stationäre Lösung der Master-Gleichung für Systeme in detaillierter Bilanz .....	99
4.7*	Die Master-Gleichung bei detaillierter Bilanz. Symmetrisierung, Eigenwerte und Eigenzustände .....	102
4.8*	Die Kirchhoffsche Methode zur Lösung der Master-Gleichung ..	105
4.9*	Theoreme zu Lösungen der Master-Gleichung .....	108
4.10	Die Bedeutung von Zufallsprozessen. Stationärer Zustand, Fluktuationen, Wiederkehrzeit .....	109
4.11*	Master-Gleichung und Grenzen der irreversiblen Thermodynamik .....	113
<b>5. Notwendigkeit</b>		
5.1	Dynamische Prozesse .....	115
5.1.1	Ein Beispiel: der überdämpfte anharmonische Oszillator .....	115
5.1.2	Grenzzyklen .....	121
5.1.3	Weiche und harte Moden, weiche und harte Anregungen .....	122
5.2*	Kritische Punkte und Trajektorien in der Phasenebene. Grenzzyklen .....	123
5.3*	Stabilität .....	131
5.3.1	Lokales Kriterium .....	133
5.3.2	Globale Stabilität (Ljapunov-Funktion) .....	135
5.4	Beispiele und Aufgaben zu Bifurkation und Stabilität .....	138
5.5*	Klassifikation von statischen Instabilitäten – ein elementarer Zugang zur Thomschen Katastrophentheorie .....	145
5.5.1	Der eindimensionale Fall .....	145
5.5.2	Der zweidimensionale Fall .....	150
5.5.3	Der $n$ -dimensionale Fall .....	156
<b>6. Zufall und Notwendigkeit</b>		
6.1	Langevin-Gleichungen: ein Beispiel .....	159
6.2*	Reservoirs und Zufallskräfte .....	165
6.3	Die Fokker-Planck-Gleichung .....	171
6.3.1	Die völlig deterministische Bewegung .....	171
6.3.2	Ableitung der Fokker-Planck-Gleichung, eindimensionale Bewegung .....	174
6.4	Einige Eigenschaften und stationäre Lösungen der Fokker-Planck-Gleichung .....	179
6.4.1	Die Fokker-Planck-Gleichung als Kontinuitätsgleichung .....	179
6.4.2	Stationäre Lösungen der Fokker-Planck-Gleichung .....	180
6.4.3	Beispiele .....	181
6.5	Zeitabhängige Lösungen der Fokker-Planck-Gleichung .....	186
6.5.1	Ein wichtiger Spezialfall: ein eindimensionales Beispiel .....	186
6.5.2	Die Reduktion der zeitabhängigen Fokker-Planck-Gleichung auf eine zeitunabhängige Gleichung .....	188

6.5.3*	Eine formale Lösung .....	189
6.5.4*	Ein Iterationsverfahren .....	190
6.6*	Die Lösung der Fokker-Planck-Gleichung mittels Wegintegralen .....	190
6.6.1	Der eindimensionale Fall .....	190
6.6.2	Der $n$ -dimensionale Fall .....	193
6.7	Die Analogie zu Phasenübergängen .....	193
6.8	Die Analogie zu Phasenübergängen in kontinuierlichen Medien: ortsabhängige Ordnungsparameter .....	201
<b>7. Selbstorganisation</b>		
7.1	Organisation .....	207
7.2	Selbstorganisation .....	211
7.3	Die Rolle der Fluktuationen: Zuverlässigkeit oder Anpassungs- fähigkeit? Schaltung .....	217
7.4*	Adiabatische Elimination der schnell relaxierenden Variablen aus der Fokker-Planck-Gleichung .....	219
7.5*	Adiabatische Elimination der schnell relaxierenden Variablen aus der Master-Gleichung .....	222
7.6	Selbstorganisation in räumlich ausgedehnten Medien. Eine Dar- stellung der mathematischen Methoden .....	223
7.7*	Die verallgemeinerten Ginzburg-Landau-Gleichungen für Nicht- gleichgewichtsphasenübergänge .....	224
7.8*	Beiträge höherer Ordnung zu den verallgemeinerten Ginzburg- Landau-Gleichungen .....	232
<b>8. Systeme der Physik</b>		
8.1	Kooperative Effekte beim Laser: Selbstorganisation und Phasen- übergang .....	235
8.2	Die Lasergleichungen im Modenbild .....	236
8.2.1	Feldgleichungen .....	236
8.2.2	Materiegleichungen .....	237
8.3	Das Ordnungsparameterkonzept .....	237
8.4	Der Einmodenlaser .....	238
8.5	Der Vielmodenlaser .....	242
8.6	Laser mit kontinuierlich vielen Moden. Die Analogie zur Supra- leitung .....	244
8.7	Phasenübergänge erster Ordnung beim Einmodenlaser .....	246
8.7.1	Der Einmodenlaser mit vorgegebenem äußeren Signal .....	247
8.7.2	Der Einmodenlaser mit sättigbarem Absorber .....	249
8.7.3	Höhere Instabilitäten .....	250
8.8	Instabilitäten in der Flüssigkeitsdynamik: das Bénard- und das Taylor-Problem .....	251
8.9	Die Grundgleichungen .....	252
8.10	Gedämpfte und neutrale Lösungen .....	255
8.11	Die Lösung in der Umgebung $R = R_c$ (nichtlinearer Bereich). Die effektiven Langevin-Gleichungen .....	257
8.12	Die Fokker-Planck-Gleichung und ihre stationäre Lösung .....	260

8.13	Ein Modell für die statistische Dynamik der Gunn-Instabilität nahe der Schwelle .....	264
8.14	Elastische Stabilität: Skizze einiger grundlegender Ideen .....	269
<b>9.</b>	<b>Systeme der Chemie und Biochemie</b>	
9.1	Chemische und biochemische Reaktionen .....	275
9.2	Deterministische Prozesse ohne Diffusion in einer Variablen ...	275
9.3	Reaktions- und Diffusionsgleichungen .....	280
9.4	Ein Reaktions-Diffusions-Modell mit zwei oder drei Variablen: der Brusselator und der Oregonator .....	283
9.5	Stochastisches Modell für eine chemische Reaktion ohne Diffusion. Geburts- und Todesprozesse. Eine Variable .....	290
9.6	Stochastisches Modell für eine chemische Reaktion mit Diffusion. Eine Variable .....	295
9.7*	Die stochastische Behandlung des Brusselators in der Umgebung seiner Instabilität, die mit einer weichen Mode verknüpft ist .....	300
9.8	Chemische Netzwerke .....	303
<b>10.</b>	<b>Anwendungen in der Biologie</b>	
10.1	Ökologie, Populationsdynamik .....	307
10.1.1	Wettbewerb und Koexistenz .....	308
10.1.2	Die Räuber-Beute-Beziehung .....	310
10.1.3	Die Symbiose .....	311
10.1.4	Einige allgemeine Bemerkungen .....	311
10.2	Stochastisches Modell für ein Räuber-Beute-System .....	312
10.3	Ein einfaches mathematisches Modell für evolutionäre Vorgänge sowie die Grundidee von Eigens Hyperzyklus .....	313
10.4	Ein Modell zur Morphogenese .....	315
10.5	Ordnungsparameter und Morphogenese .....	318
10.6	Einige Bemerkungen zu den Modellen der Morphogenese .....	329
<b>11.</b>	<b>Soziologie und Wirtschaftswissenschaften</b>	
11.1	Ein stochastisches Modell zur öffentlichen Meinungsbildung ..	333
11.2	Ein Ratengleichungsmodell zur öffentlichen Meinungsbildung .	336
11.3	Phasenübergänge in der Wirtschaft .....	337
<b>12.</b>	<b>Chaos</b>	
12.1	Was ist Chaos? .....	341
12.2	Das Lorenz-Modell – seine Begründung und Realisierung ....	342
12.3	Wie Chaos entsteht .....	344
12.4	Chaos und das Versagen des Versklavungsprinzips .....	350
12.5	Korrelationsfunktion und Frequenzverteilung .....	351
12.6	Diskrete Abbildungen, Periodenverdopplung, Chaos, Intermit- tenz .....	354
<b>13.</b>	<b>Historische Bemerkungen und Ausblick</b> .....	359
	<b>Referenzen, weitere Literatur und Bemerkungen</b> .....	363
	<b>Sachwortverzeichnis</b> .....	379