

# Fortschritt-Berichte VDI

Reihe 4

Bauingenieurwesen

Fei Chen,  
Bochum

Nr. 171

**Numerische Simulation  
des nichtlinearen  
Trag- und Schädigungs-  
verhaltens von Stahl-  
beton-Stabtragwerken  
bei monotoner und  
zyklischer Beanspruchung**



Technisch-wissenschaftliche Mitteilungen  
Institut für Konstruktiven Ingenieurbau  
Ruhr-Universität Bochum

*HLuHB Darmstadt*



15171022

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Einführung und Motivation . . . . .	1
1.2	Stand der Forschung . . . . .	3
1.3	Gliederung der Arbeit . . . . .	7
<b>2</b>	<b>Formulierung einer nichtlinearen Stabtheorie</b>	<b>9</b>
2.1	Vorbemerkung . . . . .	9
2.2	Vor- und Nachteile nichtlinearer Berechnungen . . . . .	10
2.3	Übersicht über nichtlineare Berechnungen . . . . .	11
2.4	Annahmen für das Stabkontinuum . . . . .	13
2.5	Kontinuumsmechanische Grundgleichungen . . . . .	14
2.5.1	Deformation und Kinematik . . . . .	14
2.5.2	Spannungen und Gleichgewicht . . . . .	16
2.5.3	Werkstoffgesetz und Randbedingungen . . . . .	17
2.5.4	Prinzip der virtuellen Verschiebungen . . . . .	17
2.5.5	Linearisierung . . . . .	18
2.6	Herleitung einer nichtlinearen Stabtheorie . . . . .	19
2.6.1	Beziehungen zwischen den Verformungen der Stabachse und den Verschiebungen des Stabkontinuums . . . . .	19
2.6.2	Kinematische Beziehungen . . . . .	21
2.6.3	Prinzip der virtuellen Verschiebungen . . . . .	23
2.6.4	Konstitutive Beziehungen . . . . .	25

<b>3</b>	<b>Werkstoffverhalten von Stahlbeton</b>	<b>27</b>
3.1	Vorbemerkung . . . . .	27
3.2	Materialverhalten von Beton . . . . .	28
3.2.1	Beton bei Druckbeanspruchung . . . . .	28
3.2.1.1	Betonfestigkeitsklassen . . . . .	28
3.2.1.2	Verbügelung . . . . .	29
3.2.1.3	Belastungsgeschwindigkeit . . . . .	30
3.2.2	Beton bei Zugbeanspruchung . . . . .	30
3.2.3	Beton bei zyklischer Beanspruchung . . . . .	32
3.3	Materialverhalten von Betonstahl . . . . .	32
3.3.1	Betonstahl bei monotoner Beanspruchung . . . . .	32
3.3.2	Betonstahl bei zyklischer nichtlinearer Beanspruchung . . . . .	33
3.4	Verbund und Zugversteifung (Tension-Stiffening) . . . . .	34
3.4.1	Verbund zwischen Beton und Stahl . . . . .	34
3.4.2	Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen . . . . .	35
<b>4</b>	<b>Werkstoffmodellierung von Stahlbeton</b>	<b>38</b>
4.1	Vorbemerkung . . . . .	38
4.2	Werkstoffmodell für Beton auf Faserebene . . . . .	39
4.2.1	Erstbelastungskurve . . . . .	39
4.2.2	Ein Modell für den von Bügeln umschlossenen Beton . . . . .	39
4.2.3	Spannungs-Dehnungs-Linien bei zyklischer Beanspruchung . . . . .	45
4.2.3.1	Ent- und Wiederbelastungskurve . . . . .	45
4.2.3.2	Ent- und Wiederbelastungskurve bei unvollständig zyklischer Beanspruchung . . . . .	47
4.2.3.3	Deterioration der Zugfestigkeit . . . . .	48
4.2.3.4	Lokale Kontakteffekte beim Schließen der Risse . . . . .	48
4.2.3.5	Effekte der Dehngeschwindigkeit . . . . .	50
- 4.2.4	Numerische Verifikation . . . . .	50
4.2.4.1	Betone bei monotoner Druckbeanspruchung . . . . .	50
4.2.4.2	Beton bei unvollständig zyklischer Beanspruchung . . . . .	51

4.2.4.3	Umschnürter Beton bei statischer und dynamischer Beanspruchung . . . . .	52
4.3	Werkstoffmodell für Betonstahl . . . . .	55
4.3.1	Erstbelastungskurve . . . . .	55
4.3.2	Spannungs-Dehnungs-Linie bei zyklischer Beanspruchung . . . . .	59
4.3.2.1	Erstlastumkehr vom Fließplateau oder Verfestigungsbereich	59
4.3.2.2	Zweite und nachfolgende Lastumkehrungen . . . . .	61
4.3.2.3	Lastumkehrungen bei unvollständig zyklischer Verformung	61
4.3.2.4	Numerische Verifikation . . . . .	62
4.4	Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen . . . . .	63
4.4.1	Zugversteifung bei elastischen Stahldehnungen . . . . .	63
4.4.2	Zugversteifung bei plastischen Stahldehnungen . . . . .	65
4.4.2.1	Ein vereinfachtes Verbundmodell . . . . .	65
4.4.2.2	Herleitung der $\varepsilon_{stm}$ - $\sigma_{st}$ -Beziehung . . . . .	66
4.4.2.3	Ein Ingenieurmodell zur Erfassung der Zugversteifung . . . . .	68
4.4.2.4	Bestimmung der Parameter . . . . .	69
4.4.3	Zugversteifung bei zyklischer Beanspruchung . . . . .	73
4.5	Ein vereinfachtes Werkstoffmodell für Stahlbeton . . . . .	74
<b>5</b>	<b>Finite-Element-Methode</b>	<b>76</b>
5.1	Vorbemerkung . . . . .	76
5.2	Stab-Element-Formulierung . . . . .	76
5.3	Integration über die Elementlänge . . . . .	80
5.4	Integration über den Querschnitt . . . . .	81
5.5	Baupraktische Näherungskonzepte für geometrisch nichtlineare Analysen . . . . .	82
5.6	Lösungsalgorithmen und Konvergenzsicherung . . . . .	84
<b>6</b>	<b>Nichtlineare Schädigungsprozesse von Stahlbeton-Tragwerken</b>	<b>87</b>
6.1	Vorbemerkung . . . . .	87
6.2	Material- und Tragwerksschädigungen . . . . .	88
6.3	Lineare und nichtlineare Schädigungsprozesse . . . . .	90
6.4	Vorhandene globale Schädigungsindikatoren . . . . .	92

6.5	Beschreibung der Veränderung der Eigenformen . . . . .	94
6.6	Ein neuer nichtlinearer Schädigungsindikator . . . . .	95
<b>7</b>	<b>Numerische Beispiele</b>	<b>98</b>
7.1	Vorbemerkung . . . . .	98
7.2	Das entwickelte Element . . . . .	99
7.2.1	Parameterisierung des Elementes . . . . .	99
7.2.2	Numerische Implementierung der Werkstoffmodelle . . . . .	99
7.2.3	Speicherung der Informationen jeder Faser . . . . .	101
7.3	Stahlbeton-Balken . . . . .	102
7.3.1	Balken bei monotoner Beanspruchung . . . . .	102
7.3.2	Balken bei wiederholter Beanspruchung . . . . .	103
7.4	Stahlbeton-Stützen . . . . .	105
7.4.1	Stütze bei monotoner Beanspruchung . . . . .	105
7.4.2	Räumliche Stütze bei zyklischer Beanspruchung . . . . .	108
7.5	Stahlbeton-Durchlaufträger . . . . .	112
7.6	Stahlbeton-Rahmen . . . . .	114
7.6.1	Rahmen mit vertikalen Lasten . . . . .	114
7.6.2	Rahmen mit vertikalen und horizontalen Lasten . . . . .	118
7.7	Bewertung der Ergebnisse . . . . .	121
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>122</b>
<b>A</b>	<b>Analytische Herleitung der Elementmatrizen</b>	<b>125</b>
A.1	Lineare Steifigkeitsmatrix $\mathbf{k}_L$ . . . . .	125
A.2	Geometrische Steifigkeitsmatrix $\mathbf{k}_g$ und nichtlineare innere Knotenkraftgrößen $\mathbf{f}_N$ . . . . .	127
A.3	Lineare innere Knotenkraftgrößen $\mathbf{f}_L$ . . . . .	128
	<b>Literatur</b>	<b>129</b>