

RISIKOANALYSE UNTER  
BERÜCKSICHTIGUNG  
STOCHASTISCHER ABHÄNGIGKEITEN

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades

Dr. rer. pol.

vorgelegt an der

Fakultät Wirtschaftswissenschaften  
der Technischen Universität Dresden

von

Andreas Henking

vorgelegt am:  
14. Oktober 1997  
verteidigt am:  
6. Februar 1998

Gutachter:  
Prof. Dr. Huschens  
Prof. Dr. Günther  
Prof. Dr. Kischka

Andreas Henking

# Risikoanalyse unter Berücksichtigung stochastischer Abhängigkeiten

<b>Technische Universität Darmstadt</b>
Fachbereich 1
Betriebswirtschaftliche Bibliothek
Inventar-Nr.: 54.755
Abstell-Nr.: A.14/266
.....
.....
.....

UTZ

Herbert Utz Verlag Wissenschaft  
München 1998

---

# INHALTSVERZEICHNIS

---

<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>VII</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>X</b>
<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
Motivation und Zielsetzung . . . . .	1
Aufbau . . . . .	2
<b>1 Risikoanalyse</b>	<b>5</b>
1.1 Risiko . . . . .	5
1.2 Entscheidungen unter Unsicherheit . . . . .	10
1.3 Risikoanalyse bei stochastischer Unabhängigkeit . . . . .	11
1.4 Anwendungsgebiete der Risikoanalyse . . . . .	19
1.4.1 Risikoanalyse in der Ökonomie . . . . .	19
1.4.1.1 Investitionsrechnung . . . . .	19
1.4.1.2 Value-at-Risk . . . . .	21
1.4.1.3 Sonstige Anwendungsgebiete . . . . .	21
1.4.2 Risikoanalyse in nichtökonomischen Anwendungen . . . . .	22
1.5 Subjektive Wahrscheinlichkeitsschätzung . . . . .	23
1.6 Risikoanalyse bei stochastischer Abhängigkeit . . . . .	28
1.6.1 Subjektive Schätzung von Abhängigkeiten? . . . . .	28
1.6.2 Beispiele für die Rolle stochastischer Abhängigkeiten in der Risikoanalyse . . . . .	32

1.6.2.1	Summe zweier Zufallsvariablen . . . . .	32
1.6.2.2	Produkt zweier Zufallsvariablen . . . . .	34
1.6.3	Vorschläge zur Risikoanalyse bei stochastischen Abhängigkeiten . . . . .	35
1.6.3.1	Bedingte Verteilungen . . . . .	36
1.6.3.2	Die Verwendung der Multinormalverteilung . . . . .	37
1.6.3.3	Der Ansatz von Hillier . . . . .	39
1.6.3.4	Das Modell von Kryzanowski et al. . . . .	40
1.6.3.5	Die Arbeit von Heider . . . . .	42
1.6.3.6	Der Vorschlag von Klapp et al. . . . .	43
1.6.4	Sensitivitätsanalysen . . . . .	44
<b>2</b>	<b>Abhängigkeitsstrukturen von Zufallsvektoren</b>	<b>57</b>
2.1	Die Menge $\mathbf{F}_p$ . . . . .	57
2.2	Fréchet-Grenzen . . . . .	58
2.3	Copulas . . . . .	63
2.4	Abhängigkeitsbegriffe . . . . .	66
2.4.1	Abhängigkeitsstrukturen von Verteilungen . . . . .	66
2.4.2	Abhängigkeitsmaße . . . . .	68
2.4.2.1	Verschiedene Korrelationskoeffizienten . . . . .	69
2.4.2.2	Bedingungen an Abhängigkeitsmaße . . . . .	70
2.4.3	Unabhängigkeit . . . . .	73
2.4.4	Unabhängigkeit vs. Unkorreliertheit . . . . .	75
2.4.5	Totale Abhängigkeiten . . . . .	76
<b>3</b>	<b>Konstruktion von multivariaten Verteilungen</b>	<b>79</b>

3.1	Konstruktion von multivariaten Verteilungen mit spezifizierten Randverteilungen . . . . .	81
3.1.1	Gleichverteilung . . . . .	81
3.1.2	Normalverteilungen . . . . .	82
3.1.3	Exponentialverteilungen . . . . .	83
3.1.4	Weitere Verteilungen . . . . .	84
3.2	Mischungsverteilungen mit Fréchet's Grenzen . . . . .	85
3.3	FGM-Verteilungen . . . . .	86
3.3.1	Erste Eigenschaften von $F_\lambda$ . . . . .	87
3.3.2	Die FGM-Verteilung bei gleichverteilten Rändern . . . . .	89
3.3.3	Bedingte FGM-Verteilung . . . . .	89
3.3.4	Der Ansatz von Farlie . . . . .	91
3.4	Höherdimensionale FGM-Verteilungen . . . . .	91
3.4.1	Bedingte FGM-Verteilungen . . . . .	93
3.4.2	Spezialfälle . . . . .	95
3.4.3	Einschränkungen für $\Lambda$ . . . . .	96
3.4.3.1	Hinreichende Bedingungen . . . . .	96
3.4.3.2	Hinreichende und notwendige Bedingungen . . . . .	97
3.4.4	Zur Bestimmung von $k$ . . . . .	98
3.4.5	Komplexität der Abhängigkeiten für $p = 3$ . . . . .	99
3.5	LK-Verteilungen . . . . .	103
3.5.1	LK-Dichten mit Gleichverteilung in $[0, 1]$ als Randverteilungen	106
3.5.2	Konjugierte Regressionscharakteristik . . . . .	107
3.5.3	Gemischte Regressionscharakteristik . . . . .	108
3.5.4	Polynomiale Regressionscharakteristik . . . . .	113

3.5.5	Verallgemeinerung der LK-Dichten als Verallgemeinerung der FGM-Dichten . . . . .	116
3.5.6	Verallgemeinerung für $p > 2$ . . . . .	121
3.5.7	Bedingte LK-Verteilungen . . . . .	126
3.5.7.1	Zweidimensionale bedingte LK-Verteilungen . . . . .	126
3.5.7.2	Dreidimensionale bedingte LK-Verteilungen . . . . .	126
3.6	KS-Verteilungen . . . . .	127
3.6.1	Der bivariate polynomiale Ansatz . . . . .	127
3.6.2	Approximationsstufen . . . . .	132
3.6.2.1	Approximationen erster Ordnung . . . . .	132
3.6.2.2	Approximationen zweiter Ordnung . . . . .	133
3.6.2.3	Approximationen dritter Ordnung . . . . .	135
3.6.3	Bedingte KS-Verteilungen . . . . .	136
3.6.4	Bestimmung der Kovarianz für beliebige Randverteilungen . . . . .	137
3.6.5	Verallgemeinerung des Ansatzes für $p = 3$ . . . . .	141
3.6.6	Verallgemeinerung des Ansatzes für beliebige $p$ . . . . .	143
3.7	Diskrete Verteilungen . . . . .	143
3.7.1	Algorithmus zur Ziehung aus ganz $\mathbf{F}_p$ . . . . .	146
3.7.2	Einbeziehen von Korrelationen . . . . .	150
3.7.3	Weitere Ansätze . . . . .	152
3.7.4	Vergleich mit der Problematik bei Kontingenztafeln . . . . .	154
3.8	Weitere multivariate Verteilungen . . . . .	155
3.8.1	Plackett-Verteilungen . . . . .	157
3.8.2	Die Verteilung von Ali, Mikhail, Haq . . . . .	157

4.1	Die Verteilung des Produkts $X_1X_2$ . . . . .	159
4.2	Fallstudie: Unternehmensbewertung . . . . .	167
4.2.1	Beschreibung der Fallstudie: Alvarez Akquisition . . . . .	168
4.2.2	Berechnung des Ertragswertes . . . . .	172
4.2.3	Modellierung der stochastischen Abhängigkeiten . . . . .	173
4.2.4	Ergebnisse der Risikoanalysen . . . . .	174
4.2.4.1	Unabhängigkeit . . . . .	175
4.2.4.2	Unkorreliertheit . . . . .	176
4.2.4.3	Positive Korrelationen . . . . .	177
4.2.4.4	Diskussion und Vergleich der Risikoanalysen . . . . .	178
<b>Schlußbetrachtungen</b>		<b>183</b>
	Zusammenfassung . . . . .	183
	Ausblick . . . . .	186
<b>Anhang</b>		<b>187</b>
<b>A Abkürzungen und Notation</b>		<b>187</b>
A.1	Abkürzungen . . . . .	187
A.2	Notation . . . . .	187
<b>B Verteilungen</b>		<b>190</b>
B.1	Gemeinsame Verteilungen . . . . .	190
B.1.1	Verteilungsfunktion . . . . .	190
B.1.2	Dichten/Wahrscheinlichkeitsfunktionen . . . . .	191
B.1.3	Randverteilungen . . . . .	192
B.1.4	Bedingte Verteilungen . . . . .	192

---

B.1.5	Bedingter Erwartungswert . . . . .	193
B.1.6	Kovarianz . . . . .	193
B.2	Ausgewählte Verteilungen . . . . .	193
B.2.1	Stetige Gleichverteilung . . . . .	193
B.2.2	Normalverteilung . . . . .	194
B.2.3	Dreiecksverteilung . . . . .	194
<b>C</b>	<b>Die Varianz von <math>X_1X_2</math></b>	<b>196</b>
<b>D</b>	<b>Algorithmus zur Verifizierung der Restriktionen (3.7)</b>	<b>199</b>
<b>E</b>	<b>Beispiel zu Algorithmus (3.58)</b>	<b>201</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>207</b>