

RISIKOANALYSE UNTER
BERÜCKSICHTIGUNG
STOCHASTISCHER ABHÄNGIGKEITEN

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades

Dr. rer. pol.

vorgelegt an der

Fakultät Wirtschaftswissenschaften
der Technischen Universität Dresden

von

Andreas Henking

vorgelegt am:
14. Oktober 1997
verteidigt am:
6. Februar 1998

Gutachter:
Prof. Dr. Huschens
Prof. Dr. Günther
Prof. Dr. Kischka

Andreas Henking

Risikoanalyse unter Berücksichtigung stochastischer Abhängigkeiten

Technische Universität Darmstadt
Fachbereich 1
Betriebswirtschaftliche Bibliothek
Inventar-Nr.: 54.755
Abstell-Nr.: A.14/266
.....
.....
.....

UTZ

Herbert Utz Verlag Wissenschaft
München 1998

INHALTSVERZEICHNIS

Abbildungsverzeichnis	VII
Tabellenverzeichnis	X
Einleitung	1
Motivation und Zielsetzung	1
Aufbau	2
1 Risikoanalyse	5
1.1 Risiko	5
1.2 Entscheidungen unter Unsicherheit	10
1.3 Risikoanalyse bei stochastischer Unabhängigkeit	11
1.4 Anwendungsgebiete der Risikoanalyse	19
1.4.1 Risikoanalyse in der Ökonomie	19
1.4.1.1 Investitionsrechnung	19
1.4.1.2 Value-at-Risk	21
1.4.1.3 Sonstige Anwendungsgebiete	21
1.4.2 Risikoanalyse in nichtökonomischen Anwendungen	22
1.5 Subjektive Wahrscheinlichkeitsschätzung	23
1.6 Risikoanalyse bei stochastischer Abhängigkeit	28
1.6.1 Subjektive Schätzung von Abhängigkeiten?	28
1.6.2 Beispiele für die Rolle stochastischer Abhängigkeiten in der Risikoanalyse	32

1.6.2.1	Summe zweier Zufallsvariablen	32
1.6.2.2	Produkt zweier Zufallsvariablen	34
1.6.3	Vorschläge zur Risikoanalyse bei stochastischen Abhängigkeiten	35
1.6.3.1	Bedingte Verteilungen	36
1.6.3.2	Die Verwendung der Multinormalverteilung	37
1.6.3.3	Der Ansatz von Hillier	39
1.6.3.4	Das Modell von Kryzanowski et al.	40
1.6.3.5	Die Arbeit von Heider	42
1.6.3.6	Der Vorschlag von Klapp et al.	43
1.6.4	Sensitivitätsanalysen	44
2	Abhängigkeitsstrukturen von Zufallsvektoren	57
2.1	Die Menge \mathbf{F}_p	57
2.2	Fréchet-Grenzen	58
2.3	Copulas	63
2.4	Abhängigkeitsbegriffe	66
2.4.1	Abhängigkeitsstrukturen von Verteilungen	66
2.4.2	Abhängigkeitsmaße	68
2.4.2.1	Verschiedene Korrelationskoeffizienten	69
2.4.2.2	Bedingungen an Abhängigkeitsmaße	70
2.4.3	Unabhängigkeit	73
2.4.4	Unabhängigkeit vs. Unkorreliertheit	75
2.4.5	Totale Abhängigkeiten	76
3	Konstruktion von multivariaten Verteilungen	79

3.1	Konstruktion von multivariaten Verteilungen mit spezifizierten Randverteilungen	81
3.1.1	Gleichverteilung	81
3.1.2	Normalverteilungen	82
3.1.3	Exponentialverteilungen	83
3.1.4	Weitere Verteilungen	84
3.2	Mischungsverteilungen mit Fréchet's Grenzen	85
3.3	FGM-Verteilungen	86
3.3.1	Erste Eigenschaften von F_λ	87
3.3.2	Die FGM-Verteilung bei gleichverteilten Rändern	89
3.3.3	Bedingte FGM-Verteilung	89
3.3.4	Der Ansatz von Farlie	91
3.4	Höherdimensionale FGM-Verteilungen	91
3.4.1	Bedingte FGM-Verteilungen	93
3.4.2	Spezialfälle	95
3.4.3	Einschränkungen für Λ	96
3.4.3.1	Hinreichende Bedingungen	96
3.4.3.2	Hinreichende und notwendige Bedingungen	97
3.4.4	Zur Bestimmung von k	98
3.4.5	Komplexität der Abhängigkeiten für $p = 3$	99
3.5	LK-Verteilungen	103
3.5.1	LK-Dichten mit Gleichverteilung in $[0, 1]$ als Randverteilungen	106
3.5.2	Konjugierte Regressionscharakteristik	107
3.5.3	Gemischte Regressionscharakteristik	108
3.5.4	Polynomiale Regressionscharakteristik	113

3.5.5	Verallgemeinerung der LK-Dichten als Verallgemeinerung der FGM-Dichten	116
3.5.6	Verallgemeinerung für $p > 2$	121
3.5.7	Bedingte LK-Verteilungen	126
3.5.7.1	Zweidimensionale bedingte LK-Verteilungen	126
3.5.7.2	Dreidimensionale bedingte LK-Verteilungen	126
3.6	KS-Verteilungen	127
3.6.1	Der bivariate polynomiale Ansatz	127
3.6.2	Approximationsstufen	132
3.6.2.1	Approximationen erster Ordnung	132
3.6.2.2	Approximationen zweiter Ordnung	133
3.6.2.3	Approximationen dritter Ordnung	135
3.6.3	Bedingte KS-Verteilungen	136
3.6.4	Bestimmung der Kovarianz für beliebige Randverteilungen	137
3.6.5	Verallgemeinerung des Ansatzes für $p = 3$	141
3.6.6	Verallgemeinerung des Ansatzes für beliebige p	143
3.7	Diskrete Verteilungen	143
3.7.1	Algorithmus zur Ziehung aus ganz \mathbf{F}_p	146
3.7.2	Einbeziehen von Korrelationen	150
3.7.3	Weitere Ansätze	152
3.7.4	Vergleich mit der Problematik bei Kontingenztafeln	154
3.8	Weitere multivariate Verteilungen	155
3.8.1	Plackett-Verteilungen	157
3.8.2	Die Verteilung von Ali, Mikhail, Haq	157

4.1	Die Verteilung des Produkts X_1X_2	159
4.2	Fallstudie: Unternehmensbewertung	167
4.2.1	Beschreibung der Fallstudie: Alvarez Akquisition	168
4.2.2	Berechnung des Ertragswertes	172
4.2.3	Modellierung der stochastischen Abhängigkeiten	173
4.2.4	Ergebnisse der Risikoanalysen	174
4.2.4.1	Unabhängigkeit	175
4.2.4.2	Unkorreliertheit	176
4.2.4.3	Positive Korrelationen	177
4.2.4.4	Diskussion und Vergleich der Risikoanalysen	178
Schlußbetrachtungen		183
	Zusammenfassung	183
	Ausblick	186
Anhang		187
A Abkürzungen und Notation		187
A.1	Abkürzungen	187
A.2	Notation	187
B Verteilungen		190
B.1	Gemeinsame Verteilungen	190
B.1.1	Verteilungsfunktion	190
B.1.2	Dichten/Wahrscheinlichkeitsfunktionen	191
B.1.3	Randverteilungen	192
B.1.4	Bedingte Verteilungen	192

B.1.5	Bedingter Erwartungswert	193
B.1.6	Kovarianz	193
B.2	Ausgewählte Verteilungen	193
B.2.1	Stetige Gleichverteilung	193
B.2.2	Normalverteilung	194
B.2.3	Dreiecksverteilung	194
C	Die Varianz von X_1X_2	196
D	Algorithmus zur Verifizierung der Restriktionen (3.7)	199
E	Beispiel zu Algorithmus (3.58)	201
	Literaturverzeichnis	207