

# Stochastik

Ein Lehr- und Arbeitsbuch

von

Jürgen Feuerpfeil, Franz Heigl und Helmut Volpert

Grundkurs

Fachbereich Mathematik  
Technische Hochschule Darmstadt

T  
Inv.-Nr. B15085 ✓

FB Mathematik TUD



58336874

Bayerischer Schulbuch-Verlag · München

H

## Inhalt

Besondere Symbole	6
<b>1. Das Zufallsexperiment</b>	<b>7</b>
<b>2. Der Ergebnisraum</b>	<b>10</b>
2.1. Der Ergebnisraum zusammengesetzter Zufallsexperimente	12
2.2. Das Zählprinzip	13
<b>3. Der Ereignisraum</b>	<b>17</b>
3.1. Ereignisse als Teilmengen von $\Omega$	17
3.2. Mächtigkeit des Ereignisraums $\mathcal{P}(\Omega)$	19
3.3. Relationen und Verknüpfungen	20
3.3.1. Relationen zwischen Ereignissen	21
3.3.1.1. Gleichheitsrelation	21
3.3.1.2. Teilmengenrelation	21
3.3.2. Verknüpfungen von Ereignissen	21
3.3.2.1. Komplement	21
3.3.2.2. Vereinigung	22
3.3.2.3. Durchschnitt	22
3.3.3. Umgangssprache, Ereignissprache, formale Sprache	23
3.3.4. Rechengesetze	25
<b>4. Der Wahrscheinlichkeitsraum</b>	<b>29</b>
4.1. Die subjektive Wahrscheinlichkeit	29
4.2. Die relative Häufigkeit	29
4.2.1. Eigenschaften der relativen Häufigkeit	32
4.2.2. Das empirische Gesetz der großen Zahlen	33
4.3. Die statistische Wahrscheinlichkeit	35
4.4. Die mathematische Wahrscheinlichkeit	36
4.4.1. Die axiomatische Definition eines mathematischen Begriffs	36
4.4.2. Die axiomatische Definition des Wahrscheinlichkeitsmaßes	37
4.5. Folgerungen aus dem Axiomensystem von Kolmogorow	38
4.6. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung	43
4.7. Das Laplace-Experiment	44
4.7.1. Der klassische Wahrscheinlichkeitsraum	45
4.7.2. Die zufällige Auswahl	48
4.8. Anwendung des Zählprinzips auf die Berechnung von Laplace-Wahrscheinlichkeiten	52
4.8.1. Anzahl der $k$ -Tupel einer $n$ -Menge	52
4.8.2. Anzahl der Permutationen einer $n$ -Menge	53
4.8.3. Anzahl der $k$ -Permutationen in einer $n$ -Menge	55
4.8.4. Anzahl der $k$ -Teilmengen einer $n$ -Menge	57
4.8.5. Der Binomialsatz	60
4.8.6. Weitere Beispiele	64
<b>5. Unabhängigkeit</b>	<b>70</b>
5.1. Definition für zwei Ereignisse	70
5.2. Definition für zwei und mehr Ereignisse	74

<b>6.</b>	<b>Die Bernoulli-Kette</b>	<b>80</b>
6.1.	Das Bernoulli-Experiment	80
6.2.	Unabhängige Versuche zu einem Bernoulli-Experiment	80
6.2.1.	Definition	80
6.2.2.	Die Bernoullische Formel	84
6.2.3.	Rekursionsformeln	87
6.2.4.	Summenwahrscheinlichkeiten	88
6.3.	Das Bernoullische Urnenmodell	90
6.4.	Darstellung der Binomialverteilung	91
6.5.	Experimentelle Überprüfung der Bernoullischen Formel	93
<b>7.</b>	<b>Näherungsformeln von Laplace</b>	<b>98</b>
7.1.	Die lokale Näherungsformel	98
7.2.	Die integrale Näherungsformel	100
<b>8.</b>	<b>Grundbegriffe der mathematischen Statistik</b>	<b>105</b>
8.1.	Testen von Hypothesen über eine unbekannte Wahrscheinlichkeit	105
8.1.1.	Beispiel eines Alternativ-Tests	106
8.1.2.	Beispiel eines Signifikanz-Tests	108
8.1.3.	Testen von Hypothesen über eine unbekannte Wahrscheinlichkeit	113
8.1.3.1.	Einseitige Tests über $p$	114
8.1.3.2.	Zweiseitige Tests über $p$	116
8.1.4.	Bestimmung der kritischen Region bei „großem“ Stichprobenumfang $n$	121
8.1.4.1.	Einseitiger Test	121
8.1.4.2.	Zweiseitiger Test	123
8.1.5.	Die Gütefunktion	128
8.1.5.1.	Die Gütefunktion des einseitigen Tests	128
8.1.5.2.	Die Gütefunktion des zweiseitigen Tests	129
8.1.5.3.	Die Gütefunktion des idealen Tests	129
8.1.6.	Allgemeine Überlegungen beim Testen von Hypothesen	132
8.1.7.	Beispiel eines weiteren Tests: Der Test von Fisher	135
8.2.	Konfidenzbereiche für eine unbekannte Wahrscheinlichkeit	136
8.2.1.	Modellbeispiel	137
8.2.2.	Konfidenzbereiche für eine unbekannte Wahrscheinlichkeit bei großem Stichprobenumfang	139
8.2.3.	Die Länge eines Konfidenzintervalls	142
8.2.4.	Der notwendige Stichprobenumfang	142
<b>9.</b>	<b>Zur Geschichte der Stochastik</b>	<b>145</b>
<b>10.</b>	<b>Tabellen</b>	<b>148</b>
Literatur		158
Namen- und Sachregister		159