

Peter Grobstich, Gerhard Strey

Mathematik für Bauingenieure

**Grundlagen, Verfahren und
Anwendungen mit Mathcad**



Teubner

B. G. Teubner Stuttgart · Leipzig · Wiesbaden

Inhaltsverzeichnis

0 Einführung	1
0.1 Zielstellung	1
0.2 Erste Schritte in Mathcad	2
0.2.1 Voraussetzungen	2
0.2.2 Das Arbeitsblatt	3
0.2.3. Numerische und symbolische Berechnungen	5
1. Arithmetik	7
1.1 Arithmetik langer Zahlen	7
1.1.1 Grundlagen	7
1.1.2 Große Primzahlen	8
1.1.3 Das RSA - Verfahren	10
1.2 Die komplexen Zahlen	13
1.2.1 Operationen in arithmetischer Form	14
1.2.2 Operationen in goniometrischer Form	14
1.3 Grundgesetze der Arithmetik	16
2 Funktionen und Kurven	17
2.1 Elementare Funktionen	17
2.2 Kegelschnitte	22
2.3 Zykloiden und elliptische Kurven	24
2.3.1 Die Zykloiden	24
2.3.2 Die elliptischen Kurven	25
2.4 Funktionen mit mehreren Bereichen	28
2.5 Funktionen mit zwei Variablen	31
3 Gleichungen	35
3.1 Übersicht	35
3.2 Klassische Verfahren	36
3.3 Routinen	39
3.3.1 Die Routine "nullstellen"	39
3.3.2 Die Routine "auflösen"	40
3.3.3 Die Routine "wurzel"	40
3.3.4 Anwendungen der algebraischen Gleichungen	41
3.4 Transzendente Gleichungen	42
3.4.1 Das grafische Verfahren	42
3.4.2 Näherungen für Lösungen	44
3.5 Näherungsverfahren für Gleichungen	45
3.5.1 Das Sekanten- Verfahren	45
3.5.2 Das NEWTON- Verfahren	47
3.5.3 Sukzessive Approximation	49
3.6 Eine Anwendung	51

3.7 Konstruktion von Vielecken	54
3.7.1 Einführung	54
3.7.2 Das Verfahren	56
3.7.3 Die Konstruktion	59
3.8 Die allgemeine Gleichung 5. Grades	60
4 Matrizen, Vektoren, Determinanten	63
4.1 Matrizen	63
4.1.1 Matrizen als unentbehrliches Hilfsmittel	63
4.1.2 Matrizenoperationen	63
4.1.3 Kehrmatrix	67
4.1.4 Matrizeninversion mittels LU-Faktorisierung	69
4.1.5 Linearkombinationen, Rang einer Matrix	71
4.1.6 Mathcadspezifische Matrizenoperationen	71
4.1.6.1 Der Vektorisierungsoperator	71
4.1.6.2 Datenfelder	72
4.2 Determinanten; Eigenwerte von Matrizen	75
4.2.1 Determinanten	75
4.2.1.1 Definition	75
4.2.1.2 Eigenschaften	77
4.2.2 Eigenwerte von Matrizen	77
4.3 Ebene und räumliche Vektoren	80
4.3.1 Elementare Eigenschaften	80
4.3.2 Produkte von Vektoren	84
4.3.2.1 Das Skalarprodukt	84
4.3.2.2 Das Vektorprodukt	85
4.3.2.3 Das Spatprodukt	87
4.3.2.4 Die Regel von CRAMER	89
4.3.3 Ortsvektoren und Koordinatensysteme	90
4.4 Kräfte und Momente	93
4.4.1 Kräfte als Vektoren	93
4.4.2 Momente als Vektoren	95
4.5 Transformationen in der Ebene	99
4.5.1 Bewegungen ebener Figuren	99
4.5.1.1 Ebene Figuren	99
4.5.1.2 Lineare Transformationen in der Ebene, Bewegungen	100
4.5.1.3 Homogene Koordinaten	102
4.5.2 Koordinatentransformationen	103
4.5.3 Hauptachsentransformation	105
4.6 Flächenmomente; Polygonflächen	108
4.6.1 Flächenmomente	108
4.6.2 Hauptträgheitsmomente als Eigenwerte	110
4.6.3 Polygonal begrenzte Flächen	113
4.7 Polygone im Raum	118

5. Gleichungssysteme.....	119
5.1 Lineare Gleichungssysteme	119
5.1.1 Allgemeine Beschreibung.....	119
5.1.2 Reguläre Koeffizientenmatrix.....	120
5.1.3 Singuläre Koeffizientenmatrix.....	121
5.1.4 Nichtquadratische Koeffizientenmatrix.....	124
5.1.5 Verallgemeinerte inverse Matrizen, Gaußsche Normalgleichungen.....	126
5.1.6 Schlecht konditionierte GLS	129
5.2 Anwendungen in der Statik	132
5.2.1 Stützenmomente eines Durchlaufträgers; Dreimomentengleichungen.....	132
5.2.2. Auflage- und Stabkräfte im Fachwerk.....	135
5.3. Nichtlineare Gleichungssysteme	141
5.3.1 Allgemeine Beschreibung.....	141
5.3.2 Auflösen eines Gleichungssystems mittels Mathcad.....	142
5.3.3 Näherungsverfahren.....	143
5.3.3.1 Das Newton-Verfahren	143
5.3.3.2 Das gewöhnliche Iterationsverfahren	146
5.3.3.3 Gradientenverfahren.....	148
5.3.4 Numerische Lösungsroutinen in Mathcad	148
5.3.5 Ein Beispiel: Außermittige Normalkraft	150
6 Differentialrechnung.....	151
6.1 Das Tangentenproblem.....	151
6.2 Die Ableitungen.....	152
6.3 Kurvenuntersuchung.....	155
6.4 Technische Bedeutung von Ableitungen	157
6.4.1 Zusammenhänge zwischen technischen Größen.....	157
6.4.2 Die Krümmung einer Kurve.....	159
6.5 Reihen für Funktionen	164
6.6 Partielle Ableitungen.....	166
6.6.2 Anwendungen der partiellen Ableitungen	167
6.6.2.1 Untersuchung von Flächen.....	167
6.6.2.2 Fehlerrechnung	170
6.7 Funktionaldeterminanten.....	171
7 Integralrechnung.....	173
7.1 Unbestimmte Integrale	173
7.1.1 Formale Integrationen	173
7.1.2 Anwendung	176
7.2 Bestimmte Integrale	177
7.2.1 Formale Darstellung.....	177
7.2.2 Das SIMPSON – Verfahren	178
7.3 Anwendungen	180
7.3.1 Der Schwerpunkt einer Fläche	180
7.3.2 Die Arbeitsgleichung	181
7.3.3 Die Bogenlänge.....	182
7.3.4 Rotationskörper.....	183

7.4 Doppelintegrale.....	186
7.4.1 Grundlagen.....	186
7.4.2 Anwendungen.....	189
7.5 Dreifachintegrale.....	190
7.5.1 Formale Integrale.....	190
7.5.2 Volumenberechnungen.....	191
7.6 Fourier - Reihen.....	195
7.6.1 Die Koeffizienten.....	196
7.6.2 Fourier - Entwicklungen.....	197
7.6.3 Numerische Auswertung.....	201
8. Auswertung von Daten.....	203
8.1 Beschreibende Statistik.....	203
8.1.1 Zielstellung.....	203
8.1.2. Primäre Auswertung eines Datensatzes.....	203
8.1.2.1 Datensatz und statistische Maßzahlen.....	203
8.1.2.2 Lageparameter.....	204
8.1.2.3 Streuungsparameter.....	205
8.1.2.4 Der mittlere Fehler des Mittelwertes, Fehlerfortpflanzung.....	207
8.1.2.5 Weitere Mittelwerte.....	208
8.1.3. Häufigkeitsverteilungen, Summenhäufigkeit.....	209
8.1.3.1 Diskrete Merkmale.....	209
8.1.3.2 Stetige Merkmale.....	211
8.2 Zufällige Ereignisse, Wahrscheinlichkeit.....	215
8.2.1 Zufällige Ereignisse und klassische Wahrscheinlichkeit.....	215
8.2.2. Wahrscheinlichkeitsgesetze.....	216
8.2.3 Axiomatischer Wahrscheinlichkeitsbegriff und relative Häufigkeit.....	217
8.3 Wahrscheinlichkeitsverteilungen.....	218
8.3.1. Zufallsgröße und Verteilungsfunktion.....	218
8.3.2 Binomial- und Poissonverteilung.....	221
8.3.2.1 Bernoullisches Versuchsschema; Binomialkoeffizienten.....	221
8.3.2.2 Binomialverteilung.....	222
8.3.2.3 Poissonverteilung.....	224
8.3.3 Normalverteilung.....	225
8.3.3.1 Normalverteilte Zufallsgrößen.....	225
8.3.3.2 Standardisierte Normalverteilung.....	227
8.3.3.3 Bedeutung der Normalverteilung.....	228
8.4. Schätzungen und Prüfverfahren.....	230
8.4.1 Zielstellung und allgemeines Vorgehen.....	230
8.4.2 Parametertests, Konfidenzintervalle.....	230
8.4.2.1 Genereller Aufbau eines Tests.....	230
8.4.2.2 Der t-Test.....	232
8.4.2.3 Konfidenzintervalle.....	233
8.4.3 Der Chi-Quadrat-Anpassungstest.....	234

8.5. Lineare Regression und Korrelation	236
8.5.1. Lineare Regression	236
8.5.2 Lineare Korrelation	239
8.6 Ausgleichsrechnung.....	241
8.6.1 Lineare Ausgleichung	241
8.6.2 Nichtlineare Ausgleichung.....	246
8.7 Interpolation	248
8.7.1 Interpolation mit Polynomen	248
8.7.2 Interpolation mit Splines	250
9 Differentialgleichungen.....	251
9.1 Differentialgleichungen 1. Ordnung	251
9.1.1 Das Isoklinenverfahren.....	252
9.1.2 Die Methode der Trennung der Variablen	253
9.1.3 Inhomogene Differentialgleichungen 1. Ordnung	255
9.2 DGLn 2. Ordnung.....	257
9.2.1 Homogene DGLn mit konstanten Koeffizienten.....	257
9.2.2 Inhomogene DGLn 2.Ordnung	262
9.2.3. DGLn der Seillinie und Kettenlinie	265
9.2.4 DGLn der Schwingungen.....	270
9.2.4.1 Freie Schwingungen.....	270
9.2.4.2 Erzwungene Schwingungen.....	272
9.2.5 Die BESSELSchen Differentialgleichungen	274
9.3 DGLn 4. Ordnung.....	277
9.3.1 DGLn 4. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	277
9.3.2 Die Biegelinie eines Trägers	279
9.3.2.1 Biegelinie für einen einfachen Träger.....	279
9.3.2.2 Biegelinie eines 2 - Feld – Trägers.....	281
9.3.2.3 Biegelinie für einen Träger mit variablem Querschnitt	282
9.3.3 Näherungsverfahren für Differentialgleichungen.....	284
9.3.3.1 Das grafische Verfahren – die Anweisung „gdg lösen“	285
9.3.3.2 Das Differenzenverfahren.....	287
9.3.3.3 Biegung mit Differenzenverfahren.....	288
9.4 DGLn höherer Ordnung.....	292
9.4.1 Inhomogene DGLn.....	292
9.4.2 EULERSche DGLn	296
9.5 Die DGL der Plattenbiegung	299
9.5.1 Grundlagen.....	299
9.5.2 Rechteckplatte unter konstanter Flächenlast	300
9.5.3 Das Differenzenverfahren für die Platte.....	302
9.5.4 Die Kreisplatte	303
10 Eigenwertprobleme bei Differentialgleichungen	306
10.1 Grundlagen über EWP	306

10.2 Anwendungen der EWP.....	308
10.2.1 Knicklasten von Stäben.....	308
10.2.1.1 Stab ohne Eigenlast.....	308
10.2.1.2 Stab unter Eigenlast.....	310
10.2.2 Das Kippen eines Trägers unter Lasten.....	311
10.2.3 Die Biegeschwingungen eines Trägers.....	313
10.2.3.1 Ein Träger nur mit Eigenmasse.....	313
10.2.3.2 Ein Träger mit Einzelmasse m	315
10.2.3.3 Ein Träger mit Masse m_T und Einzelmasse m	316
10.3 Näherungsverfahren für EWP.....	317
10.3.1 Der RAYLEIGH - Quotient.....	317
10.3.2 Das Verfahren von RITZ und GALERKIN.....	320
10.3.3 Das Aufspaltungsverfahren.....	321
10.3.4 Das Differenzenverfahren.....	323
10.4 Schwingungen von Bauwerken.....	325
10.4.1 Schwingungen eines Schornsteins.....	325
10.4.2 Schwingungen eines Fernsehturns.....	328
10.4.3 Biegeschwingungen von Schiffen.....	329
11 Mathcad: Weitere Techniken und Arbeitsblätter.....	333
11.1 Die Arbeitsblattsammlung.....	333
11.1.1 Hinweise zur Arbeitsblattsammlung.....	333
11.1.2 Die Arbeitsblattvorlage.....	333
11.2 3D-Grafik und Animation.....	334
11.2.1 3D-Grafik.....	334
11.2.2 Animation.....	339
11.3 Programmierung.....	341
11.3.1 Aufbau und Elemente eines Mathcad-Programms.....	341
11.3.2 Beispielprogramme.....	343
11.3.3 Eine Programmbibliothek.....	355
11.4 OLE-Techniken.....	356
11.4.1 Einfügen, Verknüpfen und Einbetten.....	356
11.4.1.1 Vorbemerkungen.....	356
11.4.1.2 Einfügen und Verknüpfen mittels Zwischenablage.....	356
11.4.1.3 Objekte einfügen.....	358
11.4.1.4 Verweise und Hyperlinks.....	360
11.4.1.5 Komponenten einfügen.....	361
11.4.2 Datendateien.....	363
11.4.2.1 Lesen und Schreiben von Datendateien.....	363
11.4.2.2 Mathcadfunktionen für strukturierte Dateien.....	366
11.4.3 Ausblick.....	367
Formelanhang.....	369
Literaturverzeichnis.....	391
Stichwortverzeichnis.....	395