

Jörg Heuer

# **Das Multiprocessor Scheduling-Problem mit reihenfolgeabhängigen Rüstzeiten**

Heuristische Lösungsverfahren

Mit einem Geleitwort von Prof. Dr. Gerhard Wäscher

Deutscher Universitäts-Verlag

# Inhaltsverzeichnis

|  |               |
|--|---------------|
| <b>Abbildungsverzeichnis</b> .....   | <b>XVII</b>   |
| <b>Tabellenverzeichnis</b> .....   | <b>XXIII</b>  |
| <b>Tafelverzeichnis</b> .....  | <b>XXV</b>    |
| <b>Symbol- und Abkürzungsverzeichnis</b> .....   | <b>XXVII</b>  |
| <b>Verzeichnis der heuristischen Lösungsverfahren</b> .....  | <b>XXXIII</b> |
| <br>   |               |
| <b>§ 1: Einführung</b> .....   | <b>1</b>      |
| 1.1 Motivation und Einordnung .....  | 1             |
| 1.2 Gegenstand und Zielsetzung der Arbeit .....  | 4             |
| 1.3 Vorgehensweise und Aufbau der Arbeit .....   | 7             |
| <br>   |               |
| <b>Teil I: Grundlagen</b>  |               |
| <br>   |               |
| <b>§ 2: Allgemeine Grundlagen</b> .....  | <b>9</b>      |
| 2.1 Scheduling .....   | 9             |
| 2.1.1 Definition .....   | 10            |
| 2.1.2 Komponenten von Scheduling-Problemen .....   | 11            |
| 2.1.2.1 Aufgaben .....   | 11            |
| 2.1.2.2 Ressourcen .....   | 13            |
| 2.1.2.3 Zielsetzungen .....  | 15            |
| 2.1.3 Rüstvorgänge und Rüstzeiten .....  | 17            |
| 2.1.4 Klassifikation .....   | 21            |
| 2.2 Kombinatorische Optimierungsprobleme und Lösungsverfahren .....  | 23            |
| 2.2.1 Kombinatorische Optimierungsprobleme .....   | 23            |
| 2.2.2 Lösungsverfahren .....   | 23            |
| 2.2.3 Allgemeine Grundlagen zur Komplexitätstheorie .....  | 25            |
| 2.2.4 Heuristische Lösungsverfahren .....  | 27            |
| 2.2.4.1 Klassen heuristischer Lösungsverfahren .....   | 27            |
| 2.2.4.2 Beurteilung heuristischer Lösungsverfahren .....   | 28            |
| <br>   |               |
| <b>§ 3: Grundlagen des Multiprocessor Scheduling-Problems mit reihenfolge-</b><br><b>abhängigen Rüstzeiten</b> ..... | <b>33</b>     |
| 3.1 Problemdefinition .....  | 33            |
| 3.2 Beispiele aus der Praxis .....   | 37            |
| 3.3 Zielfunktion und Lösungsmengen des $P   s_{ij}   C_{\max}$ -Problems .....                                       | 40            |
| 3.3.1 Bedeutung der Minimierung der Schedule-Länge .....   | 40            |

|   |           |
|---|-----------|
| 3.3.2 Lösungsdarstellung .....  | 41        |
| 3.3.3 Lösungseigenschaften .....  | 44        |
| 3.4 Mathematische Formulierungen .....  | 49        |
| 3.4.1 Ansätze mathematischer Formulierungen .....                               | 49        |
| 3.4.2 Optimierungssystem nach GUINET .....                                      | 50        |
| 3.4.3 Optimierungssystem nach RADHAKRISHNAN und VENTURA .....                   | 53        |
| 3.4.4 Optimierungssystem nach BALAKRISHNAN, KANET und SRIDHARAN .....           | 56        |
| 3.4.5 Vergleich der Modellgrößen .....  | 58        |
| 3.5 Verwandte kombinatorische Optimierungsprobleme .....                        | 60        |
| 3.5.1 Einordnung des $P   s_{ij}   C_{\max}$ -Problems .....                    | 60        |
| 3.5.2 Das klassische Multiprocessor Scheduling-Problem .....                    | 60        |
| 3.5.3 Das klassische eindimensionale Bin Packing-Problem .....                  | 62        |
| 3.5.4 Das lineare Zuordnungsproblem .....                                       | 63        |
| 3.5.5 Das Traveling Salesman-Problem .....                                      | 65        |
| 3.5.6 Vehicle Routing-Probleme .....  | 67        |
| 3.6 Problemkomplexität .....  | 70        |
| 3.7 Literaturübersicht zum $P   s_{ij}   C_{\max}$ -Problem .....               | 70        |
| <b>§ 4: Lower und Upper Bounds .....</b>  | <b>75</b> |
| 4.1 Bedeutung der Bounds .....  | 75        |
| 4.2 Lower Bounds für das $P   s_{ij}   C_{\max}$ -Problem .....                 | 76        |
| 4.2.1 Ansätze zur Ermittlung von Lower Bounds .....                             | 76        |
| 4.2.2 Lower Bounds durch Relaxation des $P   s_{ij}   C_{\max}$ -Problems ..... | 77        |
| 4.2.2.1 Lower Bound $LB_1$ .....  | 78        |
| 4.2.2.2 Lower Bound $LB_2$ .....  | 79        |
| 4.2.2.3 Lower Bound $LB_3$ .....  | 79        |
| 4.2.2.4 Lower Bound $LB_4$ .....  | 82        |
| 4.2.2.5 Lower Bound $LB_5$ .....  | 83        |
| 4.2.2.6 Lower Bound $LB_6$ .....  | 85        |
| 4.2.3 Lower Bounds durch Betrachtung ausgewählter Jobzuordnungen .....          | 85        |
| 4.2.3.1 Lower Bound $LB_7$ .....  | 86        |
| 4.2.3.2 Lower Bound $LB_8$ .....  | 86        |
| 4.2.3.3 Lower Bound $LB_9$ .....  | 87        |
| 4.2.3.4 Lower Bound $LB_{10}$ .....   | 88        |
| 4.2.3.5 Lower Bound $LB_{11}$ .....   | 88        |
| 4.2.4 Zusammenhänge zwischen den Lower Bounds (Dominanz) .....                  | 90        |
| 4.3 Upper Bounds für das $P   s_{ij}   C_{\max}$ -Problem .....                 | 90        |
| 4.3.1 Upper Bound $UB_1$ .....  | 91        |
| 4.3.2 Upper Bound $UB_2$ .....  | 91        |

|  |           |
|--|-----------|
| 4.3.3 Upper Bound $UB_3$ .....   | 92        |
| 4.3.4 Upper Bound $UB_4$ .....   | 93        |
| 4.3.5 Upper Bound $UB_5$ .....   | 94        |
| <br>   |           |
| <b>Teil II: Lösungsverfahren für das <math>P   s_{ij}   C_{\max}</math>-Problem</b>        |           |
| <b>§ 5: Eröffnungsverfahren</b> .....  | <b>95</b> |
| 5.1 Grundlagen zu Eröffnungsverfahren für das $P   s_{ij}   C_{\max}$ -Problem .....       | 96        |
| 5.1.1 Bedeutung der Eröffnungsverfahren .....  | 96        |
| 5.1.2 Übersicht der untersuchten Eröffnungsverfahren .....                                 | 96        |
| 5.1.2.1 Klassifikation der Eröffnungsverfahren .....                                       | 96        |
| 5.1.2.2 In der Literatur beschriebene Eröffnungsverfahren .....                            | 100       |
| 5.1.3 Prioritätsregeln .....   | 101       |
| 5.1.3.1 Statische Prioritätsregeln .....   | 101       |
| 5.1.3.2 Dynamische Prioritätsregeln .....  | 104       |
| 5.1.3.3 Verknüpfung von Prioritätsregeln .....   | 107       |
| 5.2 Simultane Eröffnungsverfahren .....  | 108       |
| 5.2.1 Simultane Prioritätsregelverfahren .....   | 108       |
| 5.2.1.1 Ablauf simultaner Prioritätsregelverfahren .....                                   | 108       |
| 5.2.1.2 Worst Case-Analysen zu simultanen Prioritätsregelverfahren .....                   | 113       |
| 5.2.1.3 Untersuchte simultane Prioritätsregelverfahren und ihre<br>Komplexität .....       | 115       |
| 5.2.2 Auf der Lösung von Bin Packing-Problemen basierende Eröffnungs-<br>verfahren .....   | 117       |
| 5.2.2.1 Ablauf der Bin Packing-basierten Eröffnungsverfahren .....                         | 117       |
| 5.2.2.2 Untersuchte Bin Packing-basierte Eröffnungsverfahren und ihre<br>Komplexität ..... | 123       |
| 5.2.3 Composite-Verfahren .....  | 125       |
| 5.2.3.1 Ablauf der Composite-Verfahren .....   | 125       |
| 5.2.3.2 Untersuchte Composite-Verfahren und ihre Komplexität .....                         | 126       |
| 5.2.4 Primal-duales Verfahren von GUINET .....   | 127       |
| 5.3 Sequence First Allocate Second-Eröffnungsverfahren .....                               | 132       |
| 5.3.1 Split-Regeln .....   | 132       |
| 5.3.2 SFAS-Prioritätsregelverfahren .....  | 134       |
| 5.3.2.1 Ablauf der SFAS-Prioritätsregelverfahren .....                                     | 134       |
| 5.3.2.2 Untersuchte SFAS-Prioritätsregelverfahren und ihre Komplexität .....               | 136       |
| 5.3.3 Savings-Verfahren .....  | 137       |
| 5.4 Willkürliche Lösungsverfahren .....  | 139       |

|  |            |
|--|------------|
| <b>§ 6: Verbesserungsverfahren</b> .....                                 | <b>141</b> |
| 6.1 Grundlagen zu Verbesserungsverfahren.....                            | 141        |
| 6.1.1 Local Search-Verfahren und Meta-Heuristiken.....                   | 141        |
| 6.1.2 Existierende Verbesserungsverfahren.....                           | 145        |
| 6.2 Klassische Local Search-Verfahren.....                               | 146        |
| 6.2.1 Ablauf klassischer Local Search-Verfahren.....                     | 146        |
| 6.2.2 Shift-Verfahren.....   | 148        |
| 6.2.3 Exchange-Verfahren.....  | 150        |
| 6.2.3.1 Grundlagen zu Exchange-Verfahren.....                            | 150        |
| 6.2.3.2 2-Job Exchange-Verfahren.....                                    | 151        |
| 6.2.3.3 3-Job Exchange-Verfahren.....                                    | 152        |
| 6.2.4 Combined-Verfahren.....  | 153        |
| 6.3 Moderne Local Search-Verfahren.....                                  | 154        |
| 6.3.1 Tabu Search.....   | 154        |
| 6.3.1.1 Grundsätzliches Vorgehen des (einfachen) Tabu Search-Ansatzes .. | 154        |
| 6.3.1.2 Tabu Search-Verfahren von FRANÇA et al. ....                     | 156        |
| 6.3.2 Simulated Annealing.....   | 162        |
| 6.3.2.1 Grundsätzliches Vorgehen von Simulated Annealing-Verfahren ..... | 162        |
| 6.3.2.2 Einfache Simulated Annealing-Ansätze .....                       | 164        |
| 6.3.2.3 Kombinierte Simulated Annealing-Ansätze .....                    | 170        |
| 6.3.3 Threshold Accepting.....   | 172        |
| 6.3.3.1 Allgemeiner Ablauf von Threshold Accepting-Verfahren .....       | 172        |
| 6.3.3.2 Threshold Accepting-Ansätze .....                                | 173        |
| 6.3.4 Weitere Meta-Heuristiken.....                                      | 174        |

### **Teil III: Numerische Experimente zur Beurteilung von Lower Bounds und Heuristiken**

|  |            |
|--|------------|
| <b>§ 7: Numerische Experimente – Begründung, Aufbau und Beurteilungskriterien</b> .....          | <b>177</b> |
| 7.1 Rahmenbedingungen der numerischen Experimente.....   | 178        |
| 7.1.1 Ermittlung optimaler Lösungen.....   | 178        |
| 7.1.2 Allgemeine Anforderungen an numerische Experimente und deren Darstellung.....              | 179        |
| 7.1.3 Numerische Untersuchungen zum $P   s_{ij}   C_{\max}$ -Problem in der Literatur.....       | 180        |
| 7.1.4 Anforderungen an die numerischen Experimente für das $P   s_{ij}   C_{\max}$ -Problem..... | 183        |
| 7.2 Testinstanzen für die numerischen Experimente.....   | 184        |
| 7.2.1 Generierung von Zufallszahlen.....   | 185        |
| 7.2.2 Problemgenerator PSCMGEN.....  | 186        |

|  |            |
|--|------------|
| 7.2.3 Testfelder der numerischen Experimente.....  | 191        |
| 7.2.3.1 Übersicht über die Testfelder.....   | 191        |
| 7.2.3.2 Testfeld 1.....  | 192        |
| 7.2.3.3 Testfeld 2.....  | 193        |
| 7.3 Lösungsprogramm PSCMSOLVER und Testumgebung.....   | 194        |
| 7.4 Beurteilungskriterien.....   | 197        |
| 7.4.1 Übersicht über Beurteilungskriterien.....  | 197        |
| 7.4.2 Lösungsqualität.....   | 198        |
| 7.4.3 Rechenzeit.....  | 199        |
| 7.4.4 Robustheit.....  | 199        |
| <b>§ 8: Vergleich der Lower Bounds.....</b>  | <b>201</b> |
| <b>§ 9: Vergleich der Eröffnungsverfahren.....</b>   | <b>213</b> |
| 9.1 Auswertungsphasen zur Beurteilung der Eröffnungsverfahren.....                                   | 213        |
| 9.2 Auswertungsphase 1: Analyse des Einflusses der Rüst- und Bearbeitungszeitverteilungen.....       | 214        |
| 9.3 Auswertungsphase 2: Vergleich der Verfahrensvarianten.....                                       | 225        |
| 9.3.1 Simultane Prioritätsregelverfahren.....  | 225        |
| 9.3.1.1 Statische simultane Prioritätsregelverfahren.....  | 226        |
| 9.3.1.1.1 Einfluß der Prioritätsregeln.....  | 226        |
| 9.3.1.1.2 Einfluß der Zuordnungsstrategien.....  | 239        |
| 9.3.1.2 Dynamische simultane Prioritätsregelverfahren.....   | 242        |
| 9.3.1.3 Abschließender Vergleich simultaner Prioritätsregelverfahren.....                            | 255        |
| 9.3.2 Auf der Lösung von Bin Packing-Problemen basierende Eröffnungsverfahren.....                   | 258        |
| 9.3.2.1 Einfluß der Zuordnungsstrategien.....  | 258        |
| 9.3.2.2 Einfluß der Prioritätsregeln.....  | 269        |
| 9.3.3 Composite-Verfahren.....   | 273        |
| 9.3.4 SFAS-Prioritätsregelverfahren.....   | 277        |
| 9.3.4.1 Einfluß der Prioritätsregeln und der Zuordnungsstrategien.....                               | 278        |
| 9.3.4.2 Einfluß der Split-Regeln.....  | 285        |
| 9.3.4.3 Abschließende Bemerkungen zu den Lösungseigenschaften der SFAS-Prioritätsregelverfahren..... | 285        |
| 9.3.5 Savings-Verfahren.....   | 288        |
| 9.4 Auswertungsphase 3: Vergleich der Verfahrensklassen.....   | 291        |
| 9.4.1 Beurteilung anhand des ersten Testfelds.....   | 291        |
| 9.4.2 Beurteilung anhand des zweiten Testfelds.....  | 296        |
| 9.5 Zusammenfassung: Vergleich der Eröffnungsverfahren.....  | 305        |



|  |            |
|--|------------|
| <b>B Probleminstanzen für Abschnitt 7.1</b> .....        | <b>420</b> |
| B.1 Probleminstanzen mit symmetrischen Rüstzeiten .....  | 420        |
| B.2 Probleminstanzen mit asymmetrischen Rüstzeiten ..... | 421        |
| <b>C Daten – Eröffnungsverfahren</b> .....               | <b>423</b> |
| <b>D Daten – Verbesserungsverfahren</b> .....            | <b>423</b> |