

Wilfried B. Krätzig · Reinhard Harte
Konstantin Meskouris · Udo Wittek

Tragwerke 1

Theorie und Berechnungsmethoden
statisch bestimmter Stabtragwerke

5. Auflage



Springer

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung	1
1.1 Die Statik als Teilgebiet der Mechanik und des Konstruktiven Ingenieurbaus	1
1.2 Idealisierte Tragelemente	2
1.3 Aufgabenstellung, Modellbildung und Methodik	5
2 Einführung in die Statik des Stabkontinuums	9
2.1 Das Gleichgewichtsproblem	9
2.1.1 Kräfte, Kräftesysteme und Gleichgewicht	9
2.1.2 Äußere Kraftgrößen	13
2.1.3 Innere Kraftgrößen	16
2.1.4 Gleichgewicht eines ebenen, geraden Stabelementes	19
2.1.5 Integration der Gleichgewichtsbedingungen	22
2.1.6 Beispiel: Anwendung der Übertragungsgleichungen	26
2.2 Das kinematische Problem	28
2.2.1 Mechanische Arbeit und Formänderungsarbeit	28
2.2.2 Äußere Weggrößen	30
2.2.3 Innere Weggrößen	31
2.2.4 Lineare und nichtlineare Theorien in der Statik	34
2.2.5 Kinematik eines ebenen, geraden Stabelementes	37
2.2.6 Normalenhypothese	39
2.2.7 Starrkörperdeformationen	41
2.3 Die Werkstoffgesetze	42
2.3.1 Wirkliches, zeitunabhängiges Kraft-Verformungsverhalten .	42
2.3.2 Linear elastisches Werkstoffverhalten	45
2.3.3 Zeitabhängiges Kraft-Verformungsverhalten	47
2.3.4 Elastizitätsgesetz eines ebenen, geraden Stabelementes	48
2.3.5 Kriech- und Schwindverformungen	51
2.3.6 Temperaturverformungen	51
2.4 Struktur und Grundgleichungen der Stabtheorie	53
2.4.1 Zustandsgrößen	53
2.4.2 Strukturschema ebener, gerader Stabkontinua	53

2.4.3	Normalentheorie ebener, gerader Stabkontinua	56
2.4.4	Formänderungsarbeits-Funktionale	58
3	Das Tragwerksmodell der Statik der Tragwerke	63
3.1	Konstruktionselemente	63
3.1.1	Vom Bauwerk zur Tragstruktur	63
3.1.2	Stabelemente	64
3.1.3	Stützungen und Lager	65
3.1.4	Knotenpunkte und Anschlüsse	67
3.2	Aufbau von Stabtragwerken	68
3.2.1	Räumliche und ebene Tragstrukturen	68
3.2.2	Typen ebener Stabtragwerke	70
3.2.3	Beschreibung der Tragstruktur	70
3.3	Topologische Eigenschaften der Tragstrukturen	73
3.3.1	Knotengleichgewichtsbedingungen und Nebenbedingungen	73
3.3.2	Quadratische Form von g^* : Abzählkriterien	76
3.3.3	Aufbaukriterien	80
3.3.4	Innere und äußere statisch unbestimmte Bindungen	82
3.3.5	Ausnahmefall der Statik	83
4	Allgemeine Methoden der Kraftgrößenermittlung statisch bestimmter Tragwerke	87
4.1	Methode der Komponentengleichgewichtsbedingungen	87
4.1.1	Grundsätzliches	87
4.1.2	Gleichgewicht an Teilsystemen	88
4.1.3	Beispiel: Ebener Fachwerk-Kragträger	91
4.1.4	Beispiel: Ebenes Rahmentragwerk	94
4.1.5	Beispiel: Räumliches Rahmentragwerk	94
4.1.6	Gleichgewicht an Tragwerksknoten	98
4.1.7	Beispiel: Ebener Fachwerk-Kragträger	105
4.1.8	Beispiel: Ebenes Rahmentragwerk	107
4.1.9	Beispiel: Räumliches Rahmentragwerk	110
4.2	Kinematische Methode	115
4.2.1	Grundbegriffe der Kinematik starrer Scheiben	115
4.2.2	Kinematik der Einzelscheibe	118
4.2.3	Zwangläufige kinematische Ketten	120
4.2.4	Beispiele für Polpläne und Verschiebungsfiguren	123
4.2.5	Ausnahmefall der Statik	125
4.2.6	Das Prinzip der virtuellen Verrückungen starrer Scheiben ..	128
4.2.7	Kraftgrößenbestimmung auf der Grundlage des Prinzips der virtuellen Verrückungen	130
4.2.8	Beispiele zur kinematischen Kraftgrößenermittlung	132

5	Schnittgrößen und Schnittgrößen-Zustandslinien	137
5.1	Allgemeine Eigenschaften	137
5.1.1	Definition und Darstellung von Zustandslinien	137
5.1.2	Charakteristische Merkmale von Zustandslinien	138
5.1.3	Beispiel: Schnittgrößen-Zustandslinien eines Gelenkträgers	140
5.1.4	Ausnutzung von Symmetrieeigenschaften	141
5.2	Gelenkträger	143
5.2.1	Tragwerksaufbau	143
5.2.2	Übersicht über die Berechnungsverfahren	145
5.2.3	Beispiel zum Verfahren der Gleichgewichts- und Nebenbedingungen	146
5.2.4	Beispiel zum Verfahren der Gelenkkräfte	146
5.3	Gelenkrahmen und Gelenkbogen	147
5.3.1	Tragwerksaufbau	147
5.3.2	Berechnungsverfahren	150
5.3.3	Zwei Beispiele	152
5.3.4	Stützlinie und Seileck	153
5.3.5	Räumliche Rahmentragwerke	157
5.4	Verstärkte Balken mit Zwischengelenk	158
5.4.1	Tragwerksaufbau	158
5.4.2	Berechnungsverfahren	160
5.4.3	Beispiel: LANGERScher Balken	161
5.5	Ebene und räumliche Fachwerke	162
5.5.1	Tragverhalten	162
5.5.2	Tragwerksaufbau	165
5.5.3	Berechnungsverfahren für statisch bestimmte Fachwerke	169
5.5.4	Verfahren der Knotengleichgewichtsbedingungen	171
5.5.5	Kräfteplan nach L. CREMONA	171
5.5.6	Schnittverfahren nach A. RITTER	177
6	Kraftgrößen—Einflusslinien	181
6.1	Allgemeine Eigenschaften	181
6.1.1	Definition und Darstellung von Einflusslinien	181
6.1.2	Auswertung von Einflusslinien	183
6.2	Ermittlung von Kraftgrößen-Einflusslinien mittels Gleichgewichtsbedingungen	185
6.2.1	Vorgehensweise	185
6.2.2	Beispiel: Kragarmträger	185
6.2.3	Indirekte Lasteintragung	187
6.3	Kinematische Ermittlung von Kraftgrößen-Einflusslinien	188
6.3.1	Vorgehensweise	188
6.3.2	Beispiel: Kragarmträger	190
6.3.3	Charakteristische Eigenschaften von Kraftgrößen-Einflusslinien	192

6.4	Kraftgrößen-Einflusslinien verschiedener Stabtragwerke	193
6.4.1	Gelenkträger	193
6.4.2	Dreigelenkbogen und Gelenkrahmen	193
6.4.3	Fachwerke	197
6.4.4	Räumliche Rahmentragwerke	199
7	Formänderungsarbeit	201
7.1	Eigenschaften der Formänderungsarbeit	201
7.1.1	Wiederholung der Definition	201
7.1.2	Herleitung der Formänderungsarbeit für ebene, gerade Stabkontinua	202
7.1.3	Eigenarbeit oder aktive Arbeit	206
7.1.4	Verschiebungsarbeit oder passive Arbeit	210
7.1.5	Zusammenfassung und Verallgemeinerung	212
7.2	Energieaussagen	214
7.2.1	Energiesatz der Mechanik	214
7.2.2	Prinzip der virtuellen Arbeiten	216
7.2.3	Satz von CASTIGLIANO: Vom Differenzialquotienten der Eigenarbeit	218
7.2.4	Satz von BETTI: Von der Gegenseitigkeit der Verschiebungsarbeit	220
7.2.5	Satz von MAXWELL : Von der Vertauschbarkeit der Indizes	223
7.2.6	Einflusslinien für äußere Weggrößen	224
8	Verformungen einzelner Tragwerkspunkte	227
8.1	Grundlagen der Verformungsberechnung	227
8.1.1	Aufgabenstellung	227
8.1.2	Verformungsermittlung unter Anwendung der Verschiebungsarbeit	228
8.1.3	Beanspruchungsursachen	229
8.1.4	Satz der Verschiebungsarbeit	232
8.1.5	Verwendung der Eigenarbeit	234
8.2	Weggrößenbestimmung aus der Verschiebungsarbeit	236
8.2.1	Vereinfachung der Grundgleichungen	236
8.2.2	Grundfälle der Verformungsberechnung	238
8.2.3	Berechnung der Formänderungsarbeitsintegrale	240
8.2.4	Methodisches Vorgehen	243
8.3	Beispiele	244
8.3.1	Endverformung eines ebenen Kragarmes	244
8.3.2	Ebener Fachwerk-Kragträger	245
8.3.3	Ebenes Rahmentragwerk	246
8.3.4	Räumliches Rahmentragwerk	250

9 Biegelinien und Verformungslinien	253
9.1 Das Randwertproblem der Normalentheorie	253
9.1.1 Begriffe und Aufgabenstellung	253
9.1.2 Differentialgleichungen ebener, gerader Stabelemente	254
9.1.3 Einschluss nichtelastischer Deformationen	255
9.1.4 Einfluss von Querkraftdeformationen	257
9.1.5 Differentialgleichungen räumlicher, ebener Stabelemente ..	259
9.2 Integrationsverfahren	260
9.2.1 Analytische Integration	260
9.2.2 Beispiele zur analytischen Integration	261
9.2.3 Das Verfahren der ω -Funktionen	263
9.2.4 Beispiel zur Anwendung der ω -Funktionen	267
9.2.5 Das Verfahren von O. MOHR	275
9.2.6 Beispiel zum Verfahren von O. MOHR	276
Literatur	295
Sachverzeichnis	299