

Wilfried B. Krätzig · Reinhard Harte  
Konstantin Meskouris · Udo Wittek

# Tragwerke 1

Theorie und Berechnungsmethoden  
statisch bestimmter Stabtragwerke

5. Auflage



Springer

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einführung</b>	<b>1</b>
1.1	Die Statik als Teilgebiet der Mechanik und des Konstruktiven Ingenieurbaus	1
1.2	Idealisierte Tragelemente	2
1.3	Aufgabenstellung, Modellbildung und Methodik	5
<b>2</b>	<b>Einführung in die Statik des Stabkontinuums</b>	<b>9</b>
2.1	Das Gleichgewichtsproblem	9
2.1.1	Kräfte, Kräftesysteme und Gleichgewicht	9
2.1.2	Äußere Kraftgrößen	13
2.1.3	Innere Kraftgrößen	16
2.1.4	Gleichgewicht eines ebenen, geraden Stabelementes	19
2.1.5	Integration der Gleichgewichtsbedingungen	22
2.1.6	Beispiel: Anwendung der Übertragungsgleichungen	26
2.2	Das kinematische Problem	28
2.2.1	Mechanische Arbeit und Formänderungsarbeit	28
2.2.2	Äußere Weggrößen	30
2.2.3	Innere Weggrößen	31
2.2.4	Lineare und nichtlineare Theorien in der Statik	34
2.2.5	Kinematik eines ebenen, geraden Stabelementes	37
2.2.6	Normalenhypothese	39
2.2.7	Starrkörperdeformationen	41
2.3	Die Werkstoffgesetze	42
2.3.1	Wirkliches, zeitunabhängiges Kraft-Verformungsverhalten	42
2.3.2	Linear elastisches Werkstoffverhalten	45
2.3.3	Zeitabhängiges Kraft-Verformungsverhalten	47
2.3.4	Elastizitätsgesetz eines ebenen, geraden Stabelementes	48
2.3.5	Kriech- und Schwindverformungen	51
2.3.6	Temperaturverformungen	51
2.4	Struktur und Grundgleichungen der Stabtheorie	53
2.4.1	Zustandsgrößen	53
2.4.2	Strukturschema ebener, gerader Stabkontinua	53

2.4.3	Normalentheorie ebener, gerader Stabkontinua .....	56
2.4.4	Formänderungsarbeits-Funktionale .....	58
<b>3</b>	<b>Das Tragwerksmodell der Statik der Tragwerke .....</b>	<b>63</b>
3.1	Konstruktionselemente .....	63
3.1.1	Vom Bauwerk zur Tragstruktur .....	63
3.1.2	Stabelemente .....	64
3.1.3	Stützungen und Lager .....	65
3.1.4	Knotenpunkte und Anschlüsse .....	67
3.2	Aufbau von Stabtragwerken .....	68
3.2.1	Räumliche und ebene Tragstrukturen .....	68
3.2.2	Typen ebener Stabtragwerke .....	70
3.2.3	Beschreibung der Tragstruktur .....	70
3.3	Topologische Eigenschaften der Tragstrukturen .....	73
3.3.1	Knotengleichgewichtsbedingungen und Nebenbedingungen .....	73
3.3.2	Quadratische Form von $g^*$ : Abzählkriterien .....	76
3.3.3	Aufbaukriterien .....	80
3.3.4	Innere und äußere statisch unbestimmte Bindungen .....	82
3.3.5	Ausnahmefall der Statik .....	83
<b>4</b>	<b>Allgemeine Methoden der Kraftgrößenermittlung statisch bestimmter Tragwerke .....</b>	<b>87</b>
4.1	Methode der Komponentengleichgewichtsbedingungen .....	87
4.1.1	Grundsätzliches .....	87
4.1.2	Gleichgewicht an Teilsystemen .....	88
4.1.3	Beispiel: Ebener Fachwerk-Kragträger .....	91
4.1.4	Beispiel: Ebenes Rahmentragwerk .....	94
4.1.5	Beispiel: Räumliches Rahmentragwerk .....	94
4.1.6	Gleichgewicht an Tragwerksknoten .....	98
4.1.7	Beispiel: Ebener Fachwerk-Kragträger .....	105
4.1.8	Beispiel: Ebenes Rahmentragwerk .....	107
4.1.9	Beispiel: Räumliches Rahmentragwerk .....	110
4.2	Kinematische Methode .....	115
4.2.1	Grundbegriffe der Kinematik starrer Scheiben .....	115
4.2.2	Kinematik der Einzelscheibe .....	118
4.2.3	Zwangläufige kinematische Ketten .....	120
4.2.4	Beispiele für Polpläne und Verschiebungsfiguren .....	123
4.2.5	Ausnahmefall der Statik .....	125
4.2.6	Das Prinzip der virtuellen Verrückungen starrer Scheiben ..	128
4.2.7	Kraftgrößenbestimmung auf der Grundlage des Prinzips der virtuellen Verrückungen .....	130
4.2.8	Beispiele zur kinematischen Kraftgrößenermittlung .....	132

<b>5</b>	<b>Schnittgrößen und Schnittgrößen-Zustandslinien</b>	137
5.1	Allgemeine Eigenschaften	137
5.1.1	Definition und Darstellung von Zustandslinien	137
5.1.2	Charakteristische Merkmale von Zustandslinien	138
5.1.3	Beispiel: Schnittgrößen-Zustandslinien eines Gelenkträgers	140
5.1.4	Ausnutzung von Symmetrieeigenschaften	141
5.2	Gelenkträger	143
5.2.1	Tragwerksaufbau	143
5.2.2	Übersicht über die Berechnungsverfahren	145
5.2.3	Beispiel zum Verfahren der Gleichgewichts- und Nebenbedingungen	146
5.2.4	Beispiel zum Verfahren der Gelenkkräfte	146
5.3	Gelenkrahmen und Gelenkbogen	147
5.3.1	Tragwerksaufbau	147
5.3.2	Berechnungsverfahren	150
5.3.3	Zwei Beispiele	152
5.3.4	Stützlinie und Seileck	153
5.3.5	Räumliche Rahmentragwerke	157
5.4	Verstärkte Balken mit Zwischengelenk	158
5.4.1	Tragwerksaufbau	158
5.4.2	Berechnungsverfahren	160
5.4.3	Beispiel: LANGERScher Balken	161
5.5	Ebene und räumliche Fachwerke	162
5.5.1	Tragverhalten	162
5.5.2	Tragwerksaufbau	165
5.5.3	Berechnungsverfahren für statisch bestimmte Fachwerke	169
5.5.4	Verfahren der Knotengleichgewichtsbedingungen	171
5.5.5	Kräfteplan nach L. CREMONA	171
5.5.6	Schnittverfahren nach A. RITTER	177
<b>6</b>	<b>Kraftgrößen—Einflusslinien</b>	181
6.1	Allgemeine Eigenschaften	181
6.1.1	Definition und Darstellung von Einflusslinien	181
6.1.2	Auswertung von Einflusslinien	183
6.2	Ermittlung von Kraftgrößen-Einflusslinien mittels Gleichgewichtsbedingungen	185
6.2.1	Vorgehensweise	185
6.2.2	Beispiel: Kragarmträger	185
6.2.3	Indirekte Lasteintragung	187
6.3	Kinematische Ermittlung von Kraftgrößen-Einflusslinien	188
6.3.1	Vorgehensweise	188
6.3.2	Beispiel: Kragarmträger	190
6.3.3	Charakteristische Eigenschaften von Kraftgrößen-Einflusslinien	192

6.4	Kraftgrößen-Einflusslinien verschiedener Stabtragwerke .....	193
6.4.1	Gelenkträger .....	193
6.4.2	Dreigelenkbogen und Gelenkrahmen .....	193
6.4.3	Fachwerke .....	197
6.4.4	Räumliche Rahmentragwerke .....	199
<b>7</b>	<b>Formänderungsarbeit .....</b>	<b>201</b>
7.1	Eigenschaften der Formänderungsarbeit .....	201
7.1.1	Wiederholung der Definition .....	201
7.1.2	Herleitung der Formänderungsarbeit für ebene, gerade Stabkontinua .....	202
7.1.3	Eigenarbeit oder aktive Arbeit .....	206
7.1.4	Verschiebungsarbeit oder passive Arbeit .....	210
7.1.5	Zusammenfassung und Verallgemeinerung .....	212
7.2	Energieaussagen .....	214
7.2.1	Energiesatz der Mechanik .....	214
7.2.2	Prinzip der virtuellen Arbeiten .....	216
7.2.3	Satz von CASTIGLIANO: Vom Differenzialquotienten der Eigenarbeit .....	218
7.2.4	Satz von BETTI: Von der Gegenseitigkeit der Verschiebungsarbeit .....	220
7.2.5	Satz von MAXWELL : Von der Vertauschbarkeit der Indizes .....	223
7.2.6	Einflusslinien für äußere Weggrößen .....	224
<b>8</b>	<b>Verformungen einzelner Tragwerkspunkte .....</b>	<b>227</b>
8.1	Grundlagen der Verformungsberechnung .....	227
8.1.1	Aufgabenstellung .....	227
8.1.2	Verformungsermittlung unter Anwendung der Verschiebungsarbeit .....	228
8.1.3	Beanspruchungsursachen .....	229
8.1.4	Satz der Verschiebungsarbeit .....	232
8.1.5	Verwendung der Eigenarbeit .....	234
8.2	Weggrößenbestimmung aus der Verschiebungsarbeit .....	236
8.2.1	Vereinfachung der Grundgleichungen .....	236
8.2.2	Grundfälle der Verformungsberechnung .....	238
8.2.3	Berechnung der Formänderungsarbeitsintegrale .....	240
8.2.4	Methodisches Vorgehen .....	243
8.3	Beispiele .....	244
8.3.1	Endverformung eines ebenen Kragarmes .....	244
8.3.2	Ebener Fachwerk-Kragträger .....	245
8.3.3	Ebenes Rahmentragwerk .....	246
8.3.4	Räumliches Rahmentragwerk .....	250

<b>9 Biegelinien und Verformungslinien</b> .....	253
9.1 Das Randwertproblem der Normalentheorie .....	253
9.1.1 Begriffe und Aufgabenstellung .....	253
9.1.2 Differentialgleichungen ebener, gerader Stabelemente .....	254
9.1.3 Einschluss nichtelastischer Deformationen .....	255
9.1.4 Einfluss von Querkraftdeformationen .....	257
9.1.5 Differentialgleichungen räumlicher, ebener Stabelemente ..	259
9.2 Integrationsverfahren .....	260
9.2.1 Analytische Integration .....	260
9.2.2 Beispiele zur analytischen Integration .....	261
9.2.3 Das Verfahren der $\omega$ -Funktionen .....	263
9.2.4 Beispiel zur Anwendung der $\omega$ -Funktionen .....	267
9.2.5 Das Verfahren von O. MOHR .....	275
9.2.6 Beispiel zum Verfahren von O. MOHR .....	276
<b>Literatur</b> .....	295
<b>Sachverzeichnis</b> .....	299