

Michael Link

# Finite Elemente in der Statik und Dynamik

3. Auflage



**Teubner**

B. G. Teubner Stuttgart · Leipzig · Wiesbaden

# Inhalt

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Der Grundgedanke der Methode der finiten Elemente</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Grundgleichungen der linearen Elastizitätstheorie</b>	<b>20</b>
3.1	Gleichgewichtsbedingungen .....	20
3.2	Zusammenhang Verzerrung – Verschiebung .....	23
3.3	Das Transformationsverhalten von Spannungen und Verzerrungen .....	25
3.4	Das Werkstoffgesetz.....	30
3.4.1	Das Hookesche Gesetz .....	30
3.4.2	Das Wärmedehnungsgesetz.....	35
3.4.3	Transformation des Werkstoffgesetzes .....	36
3.5	Innere und äußere Energie .....	39
3.6	Prinzip der Mechanik bei statischen Lasten .....	44
3.6.1	Das Prinzip der virtuellen Verschiebungen .....	44
3.6.2	Diskretisierung der Verschiebungsfelder mit Hilfe von Einheitsverschiebungs-Funktionen .....	49
3.6.3	Variation, virtuelle Verschiebung und stationärer Wert eines Funktionalen .....	54
3.6.4	Das Prinzip vom stationären Wert der Gesamtenergie .....	57
3.6.4.1	Die Grundaufgabe der Variationsrechnung beim Zug/Druckstab.....	58
3.6.4.2	Das Verfahren von Ritz.....	60
3.6.4.3	Transformation des Ritzschen Gleichungssystems auf Kraft-Verschiebungsbeziehungen .....	64
3.6.4.4	Darstellung der Ritz-Ansätze durch Einheitsverschiebungs- Funktionen .....	66
3.6.5	Erweiterte Variationsprinzipie.....	67
<b>4</b>	<b>Die Finite Elemente Methode als verallgemeinertes Verfahren von Ritz</b>	<b>72</b>
4.1	Bereichsweise Diskretisierung der Verschiebungsfelder .....	74
4.2	Konvergenzbedingungen.....	76
<b>5</b>	<b>Elementsteifigkeitsmatrizen</b>	<b>80</b>
5.1	Grundlegende Annahmen .....	80
5.2	Das Balkenelement .....	80
5.2.1	Elementmatrix für Normalkraft, Torsion und Biegung .....	80
5.2.2	Einfluß großer Verformungen (Theorie 2.Ordnung) .....	97
5.2.3	Transformation auf globale Koordinaten .....	109
5.3	Scheiben- und Volumenelemente.....	112
5.3.1	Das Dreieckselement mit konstanten Verzerrungen (CST).....	112
5.3.2	Das rechteckige Scheibenelement .....	116

5.3.3	Die isoparametrische Elementfamilie .....	119
5.3.3.1	Transformation auf Einheitselemente .....	119
5.3.3.2	Elementsteifigkeitsmatrizen.....	124
5.3.3.3	Spannungen im Element .....	129
5.3.4	Hierarchische Elemente (p- Elemente).....	137
5.4	Plattenelemente .....	148
5.4.1	Schubstarre Plattenelemente nach der Theorie von Kirchhoff.....	148
5.4.2	Schubweiche Plattenelemente nach der Theorie von Reissner-Mindlin .....	155
5.4.2.1	Das DKT Dreieckelement.....	158
5.4.2.2	Plattenelemente mit unabhängigen Ansätzen für die Schubverzerrungen .....	165
5.4.2.3	Ein schubweiches viereckiges Plattenelement.....	172
5.4.3	Schubweiche isoparametrische Plattenelemente .....	179
5.5	Schalenelemente .....	193
5.5.1	Ebene Schalenelemente .....	198
5.5.2	Rotationssymmetrische Schalenelemente .....	202
<b>6</b>	<b>Äquivalente Elementlastvektoren für verteilte Lasten und Temperaturänderungen</b>	<b>209</b>
<b>7</b>	<b>Das Prinzip der virtuellen Verschiebungen in der Dynamik, Hamiltonsches Prinzip und Bewegungsgleichungen</b>	<b>213</b>
7.1	Äquivalente Massenmatrizen .....	220
7.2	Starre Massen .....	225
7.3	Dämpfungseigenschaften der Elemente.....	229
7.4	Statische und dynamische Randbedingungen .....	230
<b>8</b>	<b>Kondensierung der Bewegungsgleichungen</b>	<b>238</b>
8.1	Geometrische Abhängigkeitstransformation.....	239
8.2	Statische Kondensation .....	241
8.3	Teilstruktur-Technik .....	244
<b>9</b>	<b>Das Eigenschwingungsproblem</b>	<b>245</b>
9.1	Das ungedämpfte Eigenschwingungsproblem .....	246
9.1.1	Der ungedämpfte Einzelschwinger .....	246
9.1.2	Der ungedämpfte Mehrfachschwinger .....	247
9.1.2.1	Eigenfrequenzen .....	247
9.1.2.2	Eigenformen .....	248
9.1.2.3	Eigenschaften der Eigenformen .....	251
9.1.2.4	Zur numerischen Lösung des Eigenwertproblems.....	254
9.2	Das gedämpfte Eigenschwingungsproblem.....	254
9.2.1	Der gedämpfte Einzelschwinger .....	254
9.2.2	Der gedämpfte Mehrfachschwinger .....	257

<b>10 Modale Transformation der Bewegungsgleichungen und Teilstruktur-Kopplung</b>	<b>262</b>
10.1 Spektralzerlegung der Systemmatrizen .....	266
10.2 Modale Kondensation der Bewegungsgleichungen und Teilstruktur-Kopplung ....	268
10.2.1 Die Hurty-Craig-Bampton (HCB) Transformation .....	268
10.2.2 Die Martinez-Craig-Chang (MCC) Transformation .....	272
10.2.3 Teilstruktur-Kopplung .....	275
<b>11 Berechnung der dynamischen Antwort</b>	<b>277</b>
11.1 Freie Schwingungen.....	277
11.1.1 Der gedämpfte Einzelschwinger .....	278
11.1.2 Der gedämpfte Mehrfachschwinger .....	279
11.2 Periodische Erregerkraft- Funktionen .....	284
11.2.1 Dynamische Antwort des gedämpften Einzelschwingers bei harmonischer Erregung .....	287
11.2.2 Dynamische Antwort des gedämpften Mehrfachschwingers bei harmonischer Erregung .....	292
11.3 Nicht-periodische Erregerkraft- Funktionen .....	306
11.3.1 Die Fourier- Transformation .....	306
11.3.2 Das Duhamel-Integral .....	310
11.3.3 Diskrete Erregerkraft- Funktionen .....	314
11.3.4 Antwortspektren .....	317
<b>12 Anwendungsbeispiele aus der Praxis</b>	<b>323</b>
12.1 Auslauftrichter eines Getreidesilos .....	323
12.2 Hohlleiter-Antenne.....	325
12.3 Schwingungstilger .....	327
12.4 Tribünendachträger .....	330
12.5 Baugruppe eines Flugtriebwerks.....	332
<b>Literatur</b>	<b>338</b>
<b>Sachregister</b>	<b>346</b>