

# Allgemeine Methodenlehre der Statistik

AL

II

Höhere Methoden unter besonderer  
Berücksichtigung der Anwendungen in  
Naturwissenschaften, Medizin und Technik

von

Dr. phil. Johann Pfanzagl  
Prof. an der Universität Köln

Vierte, verbesserte Auflage

Mit 42 Abbildungen

**Fachbereich Mathematik**  
**Technische Hochschule Darmstadt**  
Bibliothek

Inv.-Nr. 3 20286



Sammlung Göschen Band 7047

Walter de Gruyter  
Berlin · New York · 1974

FB Mathematik TUD



58340430

# Inhaltsverzeichnis

Einleitung . . . . .	7
1 Die Wahrscheinlichkeit . . . . .	8
1.1 Der Begriff der Wahrscheinlichkeit . . . . .	8
1.2 Das Additionstheorem . . . . .	11
1.3 Stochastische Unabhängigkeit . . . . .	12
2 Häufigkeitsverteilungen . . . . .	15
2.1 Grundbegriffe . . . . .	15
2.2 Die Binomialverteilung . . . . .	18
2.3 Die Hypergeometrische Verteilung . . . . .	22
2.4 Die Poissonverteilung . . . . .	26
2.5 Die Normalverteilung . . . . .	30
2.6 Das Wahrscheinlichkeitsnetz . . . . .	36
2.7 Die Zerlegung von Mischverteilungen . . . . .	41
2.8 Weitere Anwendungen in der technischen Statistik . . . . .	44
2.9 Die zweidimensionale Normalverteilung . . . . .	47
3 Funktionen zufälliger Variabler . . . . .	49
3.1 Das induzierte Wahrscheinlichkeitsmaß . . . . .	49
3.2 Lineare Funktionen zufälliger Variabler . . . . .	52
3.3 Spezielle Funktionen normalverteilter Variabler . . . . .	57
3.4 Mittelwerte aus großen Stichproben . . . . .	61
3.5 Transformationen . . . . .	67
4 Schätzung von Parametern . . . . .	72
4.1 Einleitung . . . . .	72
4.2 Die Schätzung von Funktional-Parametern . . . . .	76
4.3 Die maximum likelihood-Methode . . . . .	77
4.4 Die praktische Berechnung des m. l.-Schätzers . . . . .	79
5 Normalverteilung; elementare Verfahren . . . . .	85
5.1 Einleitung . . . . .	85
5.2 Das Mutungsintervall für den Mittelwert . . . . .	87
5.3 Der Signifikanz-Test für den Mittelwert . . . . .	90
5.4 Allgemeine Bemerkungen über das Testen von Hypothesen . . . . .	94

5.5	Einseitige und zweiseitige Problemstellung . . . . .	98
5.6	Die Gütefunktion eines Tests . . . . .	101
5.7	Der Vergleich zweier Mittelwerte . . . . .	103
5.8	Die Kontrollkarte . . . . .	106
6	Kleine Stichproben aus diskreten Verteilungen . . . . .	113
6.1	Binomialverteilung: Test für $p$ . . . . .	114
6.2	Binomialverteilung: Mutungsintervall für $p$ . . . . .	119
6.3	Binomialverteilung: Vergleich zweier Wahrscheinlichkeiten . . . . .	122
6.4	Hypergeometrische Verteilung (Stichprobenpläne für qualitative Merkmale) . . . . .	125
6.5	Poissonverteilung: Test und Mutungsintervall für den Mittelwert . . . . .	128
6.6	Poissonverteilung: Vergleich zweier Mittelwerte . . . . .	131
7	Verteilungsunabhängige Verfahren . . . . .	134
7.1	Einleitung . . . . .	134
7.2	Der Zeichentest . . . . .	135
7.3	Test und Mutungsintervall für den Median . . . . .	138
7.4	Der sogenannte „Test von McNemar“ . . . . .	139
7.5	Test für den Median einer symmetrischen Verteilung . . . . .	142
7.6	Der Vergleich zweier unabhängiger Stichproben . . . . .	150
7.7	Der Vergleich mehrerer unabhängiger Stichproben . . . . .	158
7.8	Der Vergleich mehrerer verbundener Stichproben . . . . .	162
8	Die $\chi^2$ -Methode; Kontingenztafeln . . . . .	166
8.1	Die $\chi^2$ -Methode . . . . .	166
8.2	Die $\chi^2$ -Methode bei Abhängigkeit von einem Parameter . . . . .	170
8.3	Die Unabhängigkeit in einer Kontingenztafel . . . . .	179
8.4	Der Vergleich von $r$ Stichproben . . . . .	186
8.5	Ein Test gegen Trend . . . . .	191
9	Normalverteilung; höhere Verfahren . . . . .	194
9.1	Einleitung . . . . .	194
9.2	Test und Mutungsintervall für die Varianz . . . . .	195
9.3	Der Vergleich zweier Varianzen . . . . .	197
9.4	Test und Mutungsintervall für den Mittelwert . . . . .	202
9.5	Prognose- und Toleranzintervalle . . . . .	205
9.6	Vergleich zweier Mittelwerte: verbundene Stichproben . . . . .	210
9.7	Vergleich zweier Mittelwerte: unabhängige Stichproben . . . . .	212

9.8	Vergleich zweier Mittelwerte: unabhängige Stichproben, ungleiche Varianz . . . . .	216
9.9	Verbundene oder unabhängige Stichproben? . . . . .	219
9.10	Vergleich mehrerer Mittelwerte: unabhängige Stichproben. . . . .	223
9.11	Die Beurteilung linearer Kontraste . . . . .	231
9.12	Die Komponenten der Streuung . . . . .	235
9.13	Vergleich mehrerer Mittelwerte: verbundene Stichproben . . . . .	242
9.14	Zufällige Zuordnung . . . . .	249
9.15	Versuchsplanung. . . . .	251
10	Regression und Korrelation . . . . .	252
10.1	Die Regressionsanalyse . . . . .	252
10.2	Prognoseintervall für $x$ . . . . .	262
10.3	Mutungsintervall für $y$ . . . . .	263
10.4	Das Bestimmtheitsmaß . . . . .	266
10.5	Die Korrelationsanalyse. . . . .	267
10.6	Tests und Mutungsintervalle für Korrelationskoeffizienten. . . . .	269
10.7	Die Partielle Korrelation . . . . .	272
10.8	Die Reihenkorrelation . . . . .	275
10.9	Verteilungsunabhängige Verfahren . . . . .	276
	Tabellen . . . . .	281
	Literatur . . . . .	299
	Namen- und Sachverzeichnis. . . . .	313