

# Lecture Notes in Physics

Edited by H. Araki, Kyoto, J. Ehlers, München, K. Hepp, Zürich  
R. Kippenhahn, München, D. Ruelle, Bures-sur-Yvette  
H. A. Weidenmüller, Heidelberg, J. Wess, Karlsruhe and J. Zittartz, Köln

Managing Editor: W. Beiglböck

326

---

A. Grauel

Feldtheoretische  
Beschreibung der  
Thermodynamik für  
Grenzflächen

---



Springer-Verlag

Berlin Heidelberg New York London Paris Tokyo Hong Kong

# Inhaltsverzeichnis

I	<u>Einleitung</u>	1
II	<u>Problematik und Motivation</u>	4
2.1	Einführung in die Physik der biologischen Materie	4
2.2	Funktion und Eigenschaften von biologischen Membranen	6
III	<u>Preliminarien zur Kinematik von Flächen</u>	12
3.1	Vorbemerkung	12
3.2	Kinematik von nichtmateriellen Flächen	13
3.2.1	Preliminarien zur zeitabhängigen Differentialgeometrie	14
3.2.2	Zur Parametrisierung einer Fläche	21
3.3	Bewegung von materiellen Flächen	24
3.4	Zur Parallelabbildung von Flächen ohne materielle Eigenschaften	26
3.4.1	Koordinatisierung der Parallelabbildung	27
3.4.2	Zur Geometrie der Mantelfläche $\mathcal{R}(t)$	31
3.4.3	Eigenschaften der Größe $D^{kj}(\xi)$	35
3.4.4	Geschwindigkeitsfelder an der Fläche $\partial\mathcal{R}(t)$ und Felder im Grenzbereich $\mathcal{R}(t)$	35
IV	<u>Bilanzgleichungen für Grenzbereiche</u>	39
4.1	Bilanzgleichungen für permeable Grenzbereiche	44
4.1.1	Nichtkonvektive Flußterme	45
4.1.2	Konvektive Flußterme	48
4.1.3	Transporttheorem für Grenzbereiche	49
4.2	Lokale Form der Bilanzgleichung für permeable Grenzbereiche	57
4.3	Bilanzgleichungen an semipermeablen Grenzflächen	59

4.4	Spezielle Bilanzgleichungen für Flüssigkeitsmischungen in einem Grenzbereich	66
4.4.1	Partialbilanz der Massendichte	66
4.4.2	Partialbilanz des Impulses	73
4.4.3	Partialbilanz der inneren Energie	76
4.4.4	Bilanz der Entropie	80
4.4.5	Aufsummierte Form der Partialbilanzgleichungen für eine Grenzfläche	82
V	<u>Konsistente Begründung von konstitutiven Gleichungen für Grenzflächen</u>	86
5.1	Einleitung	86
5.2	Kinematische Reduktionsprinzipien für die konstitutiven Gleichungen	90
5.2.1	Allgemeine Eigenschaften der Galilei-Transformation	91
5.2.2	Transformationseigenschaften von geometrischen Größen und Funktionen unter Galilei-Transformation	92
5.2.3	Allgemeine Eigenschaften bei Transformation der Flächen- koordinaten	93
5.2.4	Transformationseigenschaften von geometrischen Flächen- größen bezüglich Transformation der Flächenkoordinaten	96
5.3	Konstitutive Gleichungen für eine viskose wärmeleiten- de Flüssigkeit in der Grenzfläche	97
5.3.1	Transformation der Felder und konstitutiven Gleichungen unter Galilei-Transformation	98
5.3.2	Transformation der Felder und konstitutiven Gleichungen bei Transformation der Flächenkoordinaten	109
5.3.3	Darstellung der konstitutiven Gleichungen für eine viskose Flüssigkeit	120

5.3.4	Einschränkungen der konstitutiven Gleichungen für eine viskose Grenzflächen-Flüssigkeit durch ein Flächen-Entropieprinzip	130
5.3.5	Zur Entropieproduktion an einer viskosen wärmeleitenden Flüssigkeit	150
5.3.6	Identifikation des Lagrange-Multiplikators $\Delta^{E_s}$	151
5.3.7	Folgerungen aus der Rest-Ungleichung im Gleichgewicht	154
5.4	Nichtviskose wärmeleitende Flüssigkeitsmischung in der Grenzfläche	161
5.4.1	Transformationseigenschaften der Felder und der konstitutiven Gleichungen bezüglich Galilei-Transformation	166
5.4.2	Physikalisch reduzierte konstitutive Gleichungen	176
5.4.3	Transformation der Felder und der konstitutiven Gleichungen bei Transformation der Flächenkoordinaten	178
5.4.4	Einschränkungen der konstitutiven Gleichungen für eine Flüssigkeitsmischung durch ein Flächen-Entropieprinzip	186
5.4.5	Rest-Entropieungleichung	219
5.4.6	Konstitutive Gleichungen für die Sprungterme	233
5.4.6.1	Newtonsches Abkühlungsgesetz	234
5.4.6.2	Zur Kopplung einer chemischen Reaktion mit den Transportgleichungen	235
5.4.6.3	Allgemeine Theorie der konstitutiven Gleichungen für die Sprungterme	241
5.4.7	Gleichgewicht an der Grenzfläche	243
5.4.8	Resultate für eine wärmeleitende, chemisch reagierende Flüssigkeitsmischung	247
VI	<u>Betrachtung an einer fluiden Grenzfläche</u>	255
6.1	Formulierung des Problems	257

6.2	Modellbeschreibung	259
6.3	Untersuchungen an einer Grenzfläche	264
6.3.1	Eingeschränkte Feldgleichungen an einer fluiden semi-permeablen Grenzfläche	264
6.3.2	Navier-Stokes-Gleichung für den Halbraum $\mathcal{R}^+$ und $\mathcal{R}^-$	274
6.3.3	Spezielle Lösung der Navier-Stokes-Gleichung	276
6.3.4	Diffusion durch ein Hintergrundmedium	282
6.3.5	Auswertung der tangentialen Impulsbilanz, Dispersionsgleichung	289
	<u>Anhang</u>	295
A1	Berechnung des Normalenvektors $N^k$ senkrecht zur Mantelfläche $\mathcal{Q}(t)$	295
A2	Flächenelemente an der Berandung und das Volumenelement des Grenzbereiches	298
A3	Der nichtkonvektive und der konvektive Fluß durch $\mathcal{Q}(t)$	300
A4	Berechnung von partiellen Ableitungen der Größe $F(\xi)$	303
A5	Begründung von konstitutiven Gleichungen für eine viskose wärmeleitende Flüssigkeitsmischung	306
A6	Newtonsches Fluid-Gemisch in der Grenzfläche	313
	<u>Literaturverzeichnis</u>	315