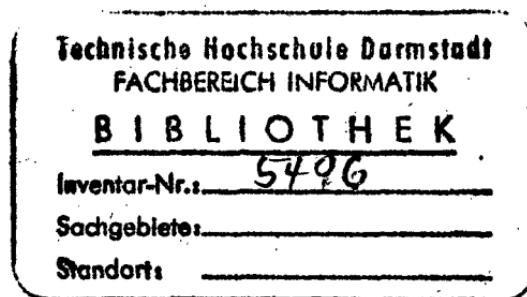


Ergänzende Kapitel zu  
I. N. BRONSTEIN † · K. A. SEMENDJAJEW

# Taschenbuch der Mathematik

herausgegeben von  
G. Grosche, V. Ziegler † und D. Ziegler

3. Auflage



VERLAG HARRI DEUTSCH  
THUN UND FRANKFURT/MAIN

# INHALT

<b>8. Analysis</b>	1
<b>  8.1. Funktionalanalysis</b>	1
<b>    8.1.1. Räume</b>	1
1. Metrische Räume (1) – 1.1. Definition und Beispiele (1) – 1.2. Konvergenz im metrischen Raum (1) – 1.3. Abgeschlossene und offene Mengen (2) – 1.4. Separabilität (3) – 1.5. Kompaktheit (4) – 2. Normierte Räume (5) – 3. Banach-Räume (8) – 4. Hilbert-Räume (12)	1
<b>    8.1.2. Operatoren und Funktionale</b>	16
1. Allgemeine Begriffe (16) – 2. Lineare Funktionale (19) – 2.1. Fortsetzung linearer Funktionale mit Folgerungen (19) – 2.2. Lineare Funktionale in speziellen Räumen (20) – 2.3. Räume von Operatoren und Funktionalen (22) – 3. Lineare Operatoren mit speziellen Eigenschaften (27) – 4. Spektrum (34) – 5. Die Soboljewschen Räume und die Einbettungssätze (35)	16
<b>    8.1.3. Allgemeine Existenzsätze über die Lösung von Operatorengleichungen</b>	39
1. Der Banachsche Fixpunktsatz mit Anwendungen (39) – 2. Der Schaudersche Fixpunktsatz (41)	39
<b>    8.1.4. Die Gleichung <math>f - \mu Kf = g</math> oder <math>\lambda f - Kf = g</math></b>	43
1. Die Gleichung $f - \mu Kf = g$ im Hilbertraum und Banachraum mit Basis (43) – 2. Die Gleichung $\lambda f - Kf = g$ in einem beliebigen Banachraum $B$ (46) – 3. Spezielle Ergebnisse, wenn $K$ normal oder symmetrisch ist (47) – 4. Spektraldarstellung selbstadjungierter Operatoren im Hilbertraum (48)	43
<b>    8.1.5. Näherungsverfahren</b>	50
1. Zum Banachschen Fixpunktsatz (50) – 2. Newtonsches Verfahren (53) – 3. Verfahren von Ritz und Trefftz (57) – 4. Galerkinsches Verfahren (61)	50
<b>  8.2. Maßtheorie und Lebesgue-Stieltjes-Integral</b>	62
<b>    8.2.1. Inhalt und Maß</b>	62
<b>    8.2.2. Inhalt und Maß im <math>n</math>-dimensionalen euklidischen Raum <math>E^n</math></b>	63
1. Peano-Jordanscher Inhalt (63) – 2. Erweiterung zum Lebesgueschen Maß (64) – 3. Lebesgue-Stieltjes-Maß (65)	63
<b>    8.2.3. Meßbare Funktionen</b>	65
<b>    8.2.4. Lebesgue-Stieltjes-Integral</b>	66
1. Definition des Integrals (66) – 2. Summierbare Funktionen (67) – 3. Integrationsregeln (67) – 4. Grenzwertsätze (68) – 5. Das unbestimmt Lebesgue-Stieltjes-Integral (68)	66
<b>    8.2.5. Stieltjes-Integral für Funktionen einer Variablen</b>	69
<b>  8.3. Tensorrechnung</b>	70
<b>    8.3.1. Tensoralgebra</b>	70
1. Grundbegriffe (70) – 2. Algebraische Operationen mit Tensoren (72) – 3. Spezielle Tensoren (74) – 4. Tensorgleichungen (75)	70
<b>    8.3.2. Tensoranalysis</b>	76
1. Tensorfunktionen einer skalaren Variablen (76) – 2. Tensorfelder (76) – 3. Kovariante Differentiation (77) – 4. Vektoranalysis in krummlinigen Koordinaten (79) – 5. Alternierende Differentialformen und Vektoranalysis (79)	76
<b>  8.4. Integralgleichungen</b>	88
<b>    8.4.1. Allgemeine Begriffe</b>	88
<b>    8.4.2. Einfache Integralgleichungen, die durch Differentiation auf gewöhnliche Differentialgleichungen zurückgeführt werden können</b>	89
Integralgleichungen, die durch Differentiation gelöst werden können	90
Die Abel'sche Integralgleichung	91
Integralgleichungen mit Produktkernen	94
Die Neumannsche Näherung (schrittweise Näherung)	99
Die Fredholmsche Lösungsmethode	103
Die Nyströmsche Näherungsmethode zur Lösung von Fredholmschen Integralgleichungen zweiter Art	107
Der Fredholmsche Alternativsatz für Fredholmsche Integralgleichungen zweiter Art. Symmetrische Kerne	109
Die Operatorenmethode in der Theorie der Integralgleichungen	111
Die Schmidtsche Reihe	118

<b>9. Mathematische Methoden der Operationsforschung</b>	<b>122</b>
<b>9.1. Ganzzahlige lineare Optimierung</b>	122
<b>9.1.1. Problemstellung, geometrische Deutung</b>	122
<b>9.1.2. Schnittverfahren von Gomory</b>	123
<b>1. Rein-ganzzahlige lineare Optimierungsaufgaben (123) – 2. Gemischt-ganzzahlige lineare Optimierungsaufgaben (125)</b>	123
<b>9.1.3. Verzweigungsverfahren</b>	125
<b>9.1.4. Vergleich der Verfahren</b>	128
<b>9.2. Nichtlineare Optimierung</b>	128
<b>9.2.1. Übersicht und spezielle Aufgabentypen</b>	128
<b>1. Allgemeine nichtlineare Optimierungsaufgabe im <math>R^n</math>, konvexe Optimierung (128) – 2. Lineare Quotientenoptimierung (128) – 3. Quadratische Optimierung (129) – 3.1. Verfahren von Wolfe (129) – 3.2. Iterationsverfahren von Hildreth/d'Esopo (132) – 3.3. Lineares Komplementaritätsproblem, Verfahren von Lemke (133)</b>	128
<b>9.2.2. Konvexe Optimierung</b>	134
<b>1. Grundlegende theoretische Ergebnisse (134) – 2. Freie Optimierungsprobleme für unimodale Funktionen (136) – 2.1. Direkte Minimumsuche (136) – 2.2. Abstiegsverfahren (137) – 3.2. Methoden mit konjugierten Richtungen (138) – 3. Gradientenverfahren für restriktierte Aufgaben (139) – 3.1. Grundbegriffe (139) – 3.2. Verfahren mit optimal brauchbarer Richtung (140) – 3.3. Methode der projizierten Gradienten (142) – 4. Schnittebenenverfahren (144) – 5. Umformung des restriktiven in ein freies Problem (146) – 5.1. Methode der Penalty-Funktion (146) – 5.2. Methode der Barriere-Funktionen (SUMT) (147)</b>	134
<b>9.3. Dynamische Optimierung</b>	147
<b>9.3.1. Modellstruktur und Grundbegriffe im deterministischen Fall</b>	147
<b>1. Einführendes Beispiel, Bellmansches Prinzip (147) – 2. Stationäre Prozesse (149) – 3. Vorwärts- und Rückwärtslösung (149)</b>	147
<b>9.3.2. Theorie der Bellmanschen Funktionalgleichungen</b>	150
<b>1. Aufgabenstellung und Klassifikation (150) – 2. Existenz- und Eindeutigkeitssätze für die Typen I und II (150) – 3. Monotonie, Typ III (151) – 4. Grundsätzliches zur praktischen Lösung (151)</b>	150
<b>9.3.3. Beispiele für deterministische dynamische Optimierung</b>	152
<b>1. Lagerhaltungsproblem (152) – 2. Aufteilungsproblem (153) – 3. Rangbestimmung im Netzplan (154)</b>	152
<b>9.3.4. Stochastische dynamische Modelle</b>	154
<b>1. Verallgemeinerung des deterministischen Modells (154) – 2. Stochastisches Modell, Rolle des Bellmanschen Prinzips (154) – 3. Beispiel: Ein Lagerhaltungsproblem (155) – 3.1. Modell (155) – 3.2. Funktionalgleichung, (s,S)-Politik (156)</b>	154
<b>9.4. Graphentheorie</b>	156
<b>9.4.1. Grundbegriffe der Theorie gerichteter Graphen</b>	156
<b>9.4.2. Netzplantechnik (längste Wege in Netzplänen)</b>	157
<b>1. Monotone Numerierung, Fordscher Algorithmus (157) – 2. Ermittlung des kritischen Weges (158) – 3. Termine und Pufferzeiten der Vorgänge (159) – 4. PERT (160)</b>	157
<b>9.4.3. Kürzeste Wege in Graphen</b>	161
<b>1. Algorithmen (161) – 2. Beispiel (162)</b>	161
<b>9.5. Spieltheorie</b>	163
<b>9.5.1. Problemstellung und Klassifikation</b>	163
<b>9.5.2. Matrixspiele</b>	163
<b>1. Definitionen und theoretische Ergebnisse (163) – 2. Lösung mittels linearer Optimierung (165) – 3. Lösung mittels Iteration bzw. Relaxation (166)</b>	163
<b>9.6. Kombinatorische Optimierungsaufgaben</b>	167
<b>9.6.1. Charakterisierung und typische Beispiele</b>	167
<b>9.6.2. Ungarische Methode zur Lösung von Zuordnungsaufgaben</b>	168
<b>9.6.3. Verzweigsalgorithmen („Branch-and-bound“)</b>	168
<b>1. Grundidee (172) – 2. Ein Beispiel: „Einsatz diskreter Mittel“ (172) – 3. Anwendung auf ein Maschinenbelegungsproblem (174)</b>	168
<b>10. Mathematische Informationsverarbeitung</b>	<b>176</b>
<b>10.1. Grundbegriffe</b>	176
<b>10.2. Automaten</b>	177
<b>10.2.1. Abstrakte determinierte Automaten</b>	177
<b>10.2.2. Automatensynthese</b>	183
<b>10.2.3. Realisierung von Automaten</b>	185
<b>10.2.4. Nichtdeterministische und stochastische Automaten</b>	187

---

<b>10.3.</b>	<b>Algorithmen</b>	189
<b>10.3.1.</b>	<b>Grundbegriffe</b>	189
<b>10.3.2.</b>	<b>Turing-Maschinen</b>	190
<b>10.3.3.</b>	<b>Rechenautomaten</b>	192
<b>10.4.</b>	<b>Elementare Schaltalgebra</b>	194
<b>10.4.1.</b>	<b>Zusammenhang mit Aussagenkalkül</b>	194
	1. Reihenparallelschaltungen (194) – 2. Schaltfunktion (195) – 3. Logische Beschreibung der Schaltungen (195) – 4. Analyse und Synthese (196)	
<b>10.4.2.</b>	<b>Optimale Normalformen</b>	197
	1. Grundbegriffe (197) – 2. Verfahren zur Bestimmung der Primkonjunktionen (197) – 2.1. Karnaughtafel (197) – 2.2. Verfahren von McCluskey (198) – 2.3. Verfahren von Quine (199) – 2.4. Verfahren von Nelson (199) – 3. Minimale Normalformen (199)	
<b>10.4.3.</b>	<b>Schaltungen mit unvollständig gegebenen Arbeitsbedingungen</b>	200
<b>10.5.</b>	<b>Simulation und statistische Versuchsplanung und -optimierung</b>	201
<b>10.5.1.</b>	<b>Simulation</b>	201
	1. Allgemeines (201) – 2. Erzeugung von Zufallszahlen (202) – 3. Vor- und Nachteile der Simulation (203) – 4. Anwendungsbeispiele (203) – 4.1. Reihenfolgeoptimierung (203) – 4.2. Bedienungsmodelle (204) – 4.3. Spieltheoretische Modelle (205) – 4.4. Sensitivitätsuntersuchungen von Modellen (205) – 5. Einiges zur Anpassungsarbeit (205)	
<b>10.5.2.</b>	<b>Statistische Versuchsplanung und -optimierung</b>	206
	1. Auswahl der Einfluß und Zielgrößen (206) – 2. Versuchspläne (207) – 2.1. Faktorpläne (207) – 2.2. Zusammengesetzte rotierbare Versuchspläne 2. Ordnung (208) – 3. Die Durchführung der Optimierung (209) – 3.1. Die Optimierung nach Box-Wilson (209) – 3.2. Die Kammlienanalyse nach Hoerl (209)	
<b>Literatur</b>		211
<b>Register</b>		213