

Gerhard Frey

# Elementare Zahlentheorie



Friedr. Vieweg & Sohn  
Braunschweig / Wiesbaden

# Inhaltsverzeichnis

|   |    |
|---|----|
| Symbolverzeichnis .....   | IX |
| <b>Kapitel I Teilbarkeitslehre</b> .....  | 1  |
| §1 Die rationalen Zahlen .....  | 1  |
| §2 Teiler .....   | 5  |
| §3 Zerlegung in Primfaktoren .....  | 7  |
| §4 Ideale in $\mathbb{Z}$ .....   | 13 |
| <b>Kapitel II Kongruenzen</b> .....   | 16 |
| §1 Der Restklassenring $\mathbb{Z}/m$ .....   | 16 |
| §2 Digression über abelsche Gruppen .....   | 18 |
| §3 Struktur von $\mathbb{Z}/m$ .....  | 23 |
| <b>Kapitel III Komplettierungen von <math>\mathbb{Q}</math></b> .....                                 | 31 |
| §1 Reelle Zahlen .....  | 31 |
| §2 Darstellung von Zahlen durch $g$ -adische Ziffernentwicklung .....                                 | 36 |
| §3 Kettenbrüche .....   | 40 |
| §4 $p$ -adische Zahlen .....  | 46 |
| §5 Approximation in $\mathbb{Q}_p$ .....  | 54 |
| §6 Lokal-Global-Beziehungen .....   | 59 |
| <b>Kapitel IV Quadrate in <math>\mathbb{Q}_p</math></b> .....   | 67 |
| §1 Quadratisches Restsymbol .....   | 67 |
| §2 Das quadratische Reziprozitätsgesetz .....   | 70 |
| §3 Quadratklassen in $\mathbb{Q}_p$ .....   | 74 |
| §4 Das Hilbert-Symbol .....   | 76 |
| §5 Summen von Quadraten in $\mathbb{Q}_p$ .....   | 80 |
| §6 Die Produktformel für die Hilbert-Symbole .....  | 81 |
| <b>Kapitel V Quadratische Formen über <math>\mathbb{Q}</math> und <math>\mathbb{Q}_p</math></b> ..... | 84 |
| §1 Allgemeine Theorie quadratischer Formen .....  | 84 |
| §2 Isotropie von quadratischen Formen über $\mathbb{Q}_p$ .....                                       | 85 |
| §3 Lokal-Global-Prinzip für quadratische Formen .....   | 87 |

|  |     |
|--|-----|
| <b>Kapitel VI Quadratische Zahlkörper</b> . . . . .    | 95  |
| §1 Definitionen . . . . .                              | 95  |
| §2 Einheiten in $\mathcal{O}$ . . . . .                | 98  |
| §3 Teilertheorie in $\mathcal{O}$ . . . . .            | 102 |
| <b>Anhang Der Primzahlsatz von Dirichlet</b> . . . . . | 109 |
| §1 L-Reihen und der Primzahlsatz . . . . .             | 109 |
| §2 Beweis von Lemma 3 und Lemma 4 . . . . .            | 111 |
| <b>Literaturverzeichnis</b> . . . . .                  | 118 |
| <b>Namen- und Sachverzeichnis</b> . . . . .            | 119 |