

# **Systeme mit verteilten Parametern**

**Einführung in die Regelungstheorie**

von Prof. Dr.-Ing. **Ernst-Dieter Gilles**,  
Institut für Systemdynamik und Regelungs-  
technik, Universität Stuttgart

Mit 48 Bildern



**R. Oldenbourg Verlag München Wien 1973**

# Inhaltsverzeichnis

	Vorwort . . . . .	9
1.	<i>Wichtige Typen von Systemen mit verteilten Parametern</i> . . . . .	11
1.1.	Differentialgleichungen erster Ordnung . . . . .	11
1.2.	Differentialgleichungen zweiter Ordnung. . . . .	12
1.2.1.	Ausgleichsprozesse . . . . .	12
1.2.2.	Wellenausbreitung . . . . .	14
1.3.	Differentialgleichungen vierter Ordnung . . . . .	18
2.	<i>Vektoren und Funktionen</i> . . . . .	21
2.1.	Der unendlich dimensionale Raum . . . . .	21
2.2.	Konvergenz von Vektoren . . . . .	22
2.3.	Vollständigkeit eines orthogonalen Vektorsystems. . . . .	24
2.4.	Orthogonalisierung von Vektoren. . . . .	25
2.5.	Lineare Transformationen . . . . .	26
2.6.	Funktionenraum . . . . .	27
2.7.	Vollständigkeit eines orthogonalen Funktionensystems . . . . .	29
2.8.	Orthogonalisierung von Funktionen. . . . .	30
2.9.	Zusammenhang zwischen Funktionenraum und Raum $H$ . . . . .	31
3.	<i>Funktionaloperatoren</i> . . . . .	34
3.1.	Integraloperatoren . . . . .	34
3.1.1.	Algebraisierung . . . . .	35
3.1.2.	Adjungierter Integraloperator . . . . .	35
3.2.	Differentialoperatoren. . . . .	36
3.2.1.	Algebraisierung . . . . .	36
3.2.2.	Adjungierter Differentialoperator . . . . .	40
3.3.	Existenz und Eindeutigkeit. . . . .	44
4.	<i>Inversion von Differentialoperatoren</i> . . . . .	50
4.1.	Greensche Funktion . . . . .	50
4.2.	Berechnung der Greenschen Funktion. . . . .	54
4.3.	Spektralform der Greenschen Funktion . . . . .	56

4.4.	Greensche Matrix . . . . .	58
4.5.	Existenz der Greenschen Funktion . . . . .	62
5.	<i>Regelstrecken zweiter Ordnung . . . . .</i>	64
5.1.	Differentialoperator . . . . .	64
5.2.	Greensche Funktion . . . . .	68
5.3.	Eigenfunktionen der Regelstrecke . . . . .	73
5.4.	Spektralform der Greenschen Funktion . . . . .	78
5.5.	Algebraisierung der Streckengleichung . . . . .	80
5.6.	Regelstrecken mit Strömungseinfluß . . . . .	85
6.	<i>Regelstrecken vierter Ordnung . . . . .</i>	88
7.	<i>Weitere Beschreibungsformen der Regelstrecke . . . . .</i>	94
7.1.	Kanonische Variablen . . . . .	94
7.2.	Zustandsvariablen . . . . .	102
8.	<i>Stabilität nach Ljapunow . . . . .</i>	107
8.1.	Ljapunowfunktion . . . . .	107
8.2.	Ljapunowfunktional . . . . .	109
8.2.1.	Totzeitstrecke mit P-Regler . . . . .	111
8.2.2.	Diffusionssystem . . . . .	112
8.2.3.	Wärmeleiter mit P-Regler . . . . .	114
9.	<i>Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit . . . . .</i>	118
9.1.	Definition der Struktureigenschaften . . . . .	119
9.2.	Mathematische Bedingungen der Struktureigenschaften . . . . .	121
9.3.	Linearer Wärmeleiter . . . . .	124
10.	<i>Regelsystem und Regelkreis . . . . .</i>	127
11.	<i>Regelung eines diskreten Wertes der Systemgröße . . . . .</i>	132
11.1.	Gleichung des Regelkreises . . . . .	132
11.2.	Stabilitätsanalyse . . . . .	134
11.2.1.	Berechnung der Wurzeln . . . . .	135
11.2.2.	Koeffizientenkriterium . . . . .	139
11.2.3.	Nyquist-Kriterium . . . . .	139
11.2.4.	D-Zerlegung . . . . .	143
11.3.	Struktur des Reglers . . . . .	145

12.	<i>Modale Regelung ortsabhängiger Regelgrößen</i> . . . . .	156
12.1.	Eingriff über die Quellen . . . . .	156
12.2	Eingriff über die Randbedingungen . . . . .	161
13.	<i>Punktweise Regelung ortsabhängiger Regelgrößen</i> . . . . .	169
13.1.	Regelstrecke zweiter Ordnung . . . . .	169
13.1.1.	Eingriff über die Quellen . . . . .	169
13.1.2.	Eingriff über die Randbedingungen . . . . .	176
13.2.	Regelstrecke vierter Ordnung . . . . .	178
	<i>Schrifttum</i> . . . . .	182
	<i>Register</i> . . . . .	185