

# Maschinendynamik

Von Prof. Dr.-Ing. Heinz Ulbrich  
Universität Gesamthochschule Essen

Mit 95 Bildern und zahlreichen Aufgaben  
mit Lösungen



*Bibliothek Mechanik TUD*



58020184

Stuttgart 1996

# Inhalt

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>13</b>
1.1	Aufgaben der Maschinendynamik . . . . .	13
1.2	Modellbildung . . . . .	13
1.3	Phänomene der Schwingungsentstehung . . . . .	15
1.4	Grundbegriffe . . . . .	28
1.4.1	Virtuelle Verschiebung . . . . .	28
1.4.2	Zwangsbedingungen, Bindungen . . . . .	29
<b>2</b>	<b>Kinematik</b>	<b>32</b>
2.1	Maschinen als Mehrkörpersysteme (MKS) . . . . .	32
2.2	Koordinatensysteme, Transformationen . . . . .	33
2.3	Formales Bestimmen der kinematischen Größen . . . . .	38
2.3.1	Lagebeziehungen . . . . .	38
2.3.2	Geschwindigkeiten . . . . .	41
2.3.3	Beschleunigungen . . . . .	43
2.3.4	Über Verbindungsstellen der Konstruktion . . . . .	44
2.4	Rekursives Berechnen der Transformationsbeziehungen . . . . .	45
2.4.1	Transformationsmatrizen . . . . .	45
2.4.2	Winkelgeschwindigkeiten . . . . .	46
2.5	Anschauliche Kinematik . . . . .	47
2.5.1	Koordinatensystemunabhängige Darstellung . . . . .	47
2.5.2	Koordinatensystemabhängige Darstellung . . . . .	48

<b>3</b>	<b>Kinetik</b>	<b>51</b>
3.1	Impuls-/Drallsatz . . . . .	51
3.2	Generalisierte Koordinaten . . . . .	53
3.3	Prinzip von D'ALEMBERT . . . . .	54
3.4	Prinzip von JOURDAIN . . . . .	55
3.5	Bewegungsgleichungen für Mehrkörpersysteme (MKS) . . . . .	57
3.5.1	NEWTON-EULER-Verfahren . . . . .	57
3.5.2	LAGRANGESche Gleichungen zweiter Art . . . . .	62
3.6	Darstellung der Bewegungsgleichungen im Zustandsraum . . . . .	63
3.7	Linearisierung . . . . .	66
3.7.1	Aufstellen der linearen Bewegungsgleichungen . . . . .	67
3.7.2	Linearisierung nichtlinearer Bewegungsgleichungen . . . . .	68
3.7.3	Beispiel: Fadenpendel . . . . .	68
3.8	Systemreduktion durch Einführung neuer Koordinaten . . . . .	71
3.9	Beispiel: Doppelpendel . . . . .	73
3.9.1	NEWTON-EULER-Verfahren . . . . .	74
3.9.2	LAGRANGESche Gleichungen . . . . .	78
3.9.3	Linearisierung um die stabile Gleichgewichtslage . . . . .	80
3.9.4	Transformation der Bewegungsgleichungen . . . . .	83
3.9.4.1	Neue verallgemeinerte Koordinaten . . . . .	83
3.9.4.2	Reduzierung . . . . .	85

<b>4</b>	<b>Schwingungen infolge elastischer Kopplungen</b>	<b>87</b>
4.1	Biegeschwingungen . . . . .	87
4.1.1	Kreiseinfluß . . . . .	87
4.1.2	Beispiel: Fliegend gelagerter Läufer . . . . .	90
4.1.2.1	Drall- und Impulssatz . . . . .	92
4.1.2.2	Kopplung Welle / Läufer . . . . .	95
4.1.2.3	Aufstellen der Bewegungsgleichungen . . . . .	98
4.1.2.4	Eigenfrequenzen, -formen . . . . .	100
4.1.3	Unwuchtanregung . . . . .	106
4.1.3.1	Statische Unwucht . . . . .	106
4.1.3.2	Dynamische Unwucht . . . . .	107
4.1.3.3	Beispiel: Lavalläufer . . . . .	108
4.1.3.4	Beispiel: Feder-Rotor-System . . . . .	113
4.1.3.5	Beschreibung von symmetrischen Rotoren mit $f$ Freiheitsgraden	119
4.1.3.6	Beispiel: Maschine auf Blockfundament . . . . .	121
4.2	Torsionsschwingungen . . . . .	128
4.2.1	Reduktion von Torsionssystemen . . . . .	130
4.2.2	Bewegungsgleichungen von Torsionssystemen . . . . .	132
4.2.2.1	Reduziertes System . . . . .	132
4.2.2.2	Allgemeinere Systeme . . . . .	133

## 8 Inhalt

<b>5</b>	<b>Massenausgleich</b>	<b>138</b>
5.1	Einführung . . . . .	138
5.2	Massenkräfte und –momente an der Einzylindermaschine . . .	140
5.2.1	Ersatzsystem für ein ungeschränktes Schubkurbelgetriebe . . .	140
5.2.2	Massenkräfte . . . . .	143
5.2.3	Umlaufmoment . . . . .	146
5.3	Massenausgleich der Einzylindermaschine . . . . .	149
5.3.1	Ausgleich der Massenkräfte . . . . .	149
5.3.2	Ausgleich des Umlaufmomentes . . . . .	153
5.4	Mehrzylinder–Reihenmotoren . . . . .	155
5.4.1	Allgemeines . . . . .	155
5.4.2	Zweizylindermaschine . . . . .	157
5.4.3	Dreizylindermaschine . . . . .	158
5.4.4	Vierzylindermaschine . . . . .	159
5.4.5	p-Zylindermaschine . . . . .	161
5.5	Massenausgleich bei Gabel–, Fächer– und Sternmotoren . . .	161
<b>6</b>	<b>Systemoptimierung</b>	<b>167</b>
6.1	Optimale Abstimmung der Konstruktionsparameter . . . . .	167
6.1.1	Gütekriterien zur Beurteilung der Optimierungsgüte . . . . .	168
6.1.2	Ermittlung der optimalen Parameter . . . . .	172
6.2	Aktive Beeinflussung des Systemverhaltens . . . . .	174
6.2.1	Systembeschreibung im Zustandsraum . . . . .	176
6.2.2	Beobachtbarkeit, Steuerbarkeit . . . . .	176
6.2.3	Spillover–Effekte . . . . .	177
6.3	Regelkonzepte . . . . .	179
6.3.1	Zustandsregelungen . . . . .	179
6.3.1.1	RICCATI–Optimierung . . . . .	179
6.3.1.2	Polvorgabe . . . . .	180
6.3.1.3	Modale Zustandsregelung . . . . .	181
6.3.1.4	Nichtlineare Empfindlichkeitsregelung . . . . .	184

6.3.2	Ausgangsregelungen . . . . .	187
6.3.2.1	Quadratisches Gütefunktional . . . . .	188
6.3.2.2	Modale Ausgangsregelung . . . . .	189
6.3.2.3	Dezentrale Ausgangsregelung . . . . .	190
6.3.3	Realisierung der Regler . . . . .	190
6.4	Aktive Elemente (Aktoren) . . . . .	192
6.4.1	Magnetische Stellsysteme . . . . .	193
6.4.2	Piezostellglieder . . . . .	196
6.4.3	Hydraulisches Stellglied . . . . .	197
6.4.3.1	Funktionsbeschreibung . . . . .	197
6.4.3.2	Mathematisches Modell . . . . .	198
6.4.3.3	Übertragungsverhalten . . . . .	202
6.4.3.4	Einfluß von Nichtlinearitäten . . . . .	204
6.4.4	Vergleich der Aktoren . . . . .	204
6.5	Beispiele geregelter Systeme . . . . .	205
6.5.1	Beispiel 1: Berührungslose Lagerung eines Vertikalrotors (Epitaxie- Zentrifuge; Magnetlageranwendung) . . . . .	205
6.5.1.1	Modellierung des Rotorsystems . . . . .	206
6.5.1.2	Kinematische Zusammenhänge . . . . .	208
6.5.1.3	Formulierung der Bewegungsgleichungen . . . . .	209
6.5.1.4	Auslegung eines Reglers . . . . .	211
6.5.2	Beispiel 2: Optimierung eines Zweimassenschwingers . . . . .	213
6.5.2.1	Bewegungsgleichungen . . . . .	213
6.5.2.2	Regler . . . . .	215
6.5.3	Beispiel 3: Optimierung der Dynamik eines elastischen Rotors	216
6.5.3.1	Modell des Rotorsystems . . . . .	217
6.5.3.2	Einbindung des hydraulischen Stellgliedes in das Rotorsystem	218
6.5.3.3	Regelung . . . . .	218
6.5.3.4	Optimierung des Reglers . . . . .	219
6.5.3.5	Realisierung der Reglerhardware . . . . .	220
6.5.3.6	Eigenwertverläufe . . . . .	223
6.5.3.7	Meßergebnisse . . . . .	224

<b>Anhang</b>		<b>225</b>
<b>A</b>	<b>Grundlagen der Matrizenrechnung</b>	<b>225</b>
A.1	Definition, einfache Rechenregeln . . . . .	225
A.2	Summe (Differenz) und Multiplikation zweier Matrizen . . . . .	226
A.3	Die Kehrmatrix (inverse Matrix) . . . . .	227
A.4	Vektoren . . . . .	229
A.5	Lineare Abbildung und Basis eines Systems . . . . .	230
A.6	Quadratische Formen . . . . .	231
A.7	Vektor- und Matrizennormen . . . . .	232
A.8	Differentiationsregeln . . . . .	232
A.9	Das Kreuzprodukt von Vektoren . . . . .	233
<b>B</b>	<b>Verständnisfragen</b>	<b>234</b>
B.1	Einführung, Grundbegriffe . . . . .	234
B.2	Kinematik . . . . .	235
B.3	Kinetik . . . . .	237
B.4	Biegeschwingungen . . . . .	238
B.5	Massenausgleich . . . . .	239
B.6	Systemoptimierung . . . . .	239
<b>C</b>	<b>Übungsaufgaben</b>	<b>242</b>
C.1	Relativkinematik . . . . .	242
C.1.1	Geschwindigkeit eines Zuges . . . . .	242
C.1.2	Kugel auf Scheibe . . . . .	243
C.1.3	Doppelpendel . . . . .	244
C.2	Zwangsbedingungen . . . . .	244
C.2.1	Doppelpendel . . . . .	244
C.2.2	Transportkarren . . . . .	245
C.2.3	Rollende Kugel . . . . .	246
C.3	Bewegungsgleichungen . . . . .	246
C.3.1	Doppelpendel . . . . .	246

C.3.2	Schwingerkette . . . . .	247
C.3.3	Zug-Schiene-System . . . . .	248
C.3.4	Feder-Pendel-System . . . . .	249
C.3.5	Roboter mit zwei Gelenkfreiheitsgraden . . . . .	249
C.3.6	Ausgleichsgetriebe . . . . .	250
C.3.7	Rotierende Scheibe . . . . .	251
C.4	Torsions- und Biegeschwingungen . . . . .	252
C.4.1	Läufer mit unwuchtiger Scheibe . . . . .	252
C.4.2	Kupplung . . . . .	254
C.5	Massenausgleich . . . . .	255
C.5.1	Vierzylindermotor . . . . .	255
C.5.2	Vierzylinder-V-Motor . . . . .	256
C.5.3	Kurbelpresse . . . . .	258
<b>D</b>	<b>Lösungen der Übungsaufgaben</b>	<b>259</b>
D.1	Relativkinematik . . . . .	259
D.1.1	Geschwindigkeit eines Zuges . . . . .	259
D.1.2	Kugel auf Scheibe . . . . .	260
D.1.3	Doppelpendel . . . . .	260
D.2	Zwangsbedingungen . . . . .	261
D.2.1	Doppelpendel . . . . .	261
D.2.2	Transportkarren . . . . .	262
D.2.3	Rollende Kugel . . . . .	263
D.3	Bewegungsgleichungen . . . . .	265
D.3.1	Doppelpendel . . . . .	265
D.3.2	Schwingerkette . . . . .	267
D.3.3	Zug-Schiene-System . . . . .	268
D.3.4	Feder-Pendel-System . . . . .	270
D.3.5	Roboter mit zwei Gelenkfreiheitsgraden . . . . .	272
D.3.6	Ausgleichsgetriebe . . . . .	273
D.3.7	Rotierende Scheibe . . . . .	275



## 12 Inhalt

D.4	Torsions- und Biegespannungen . . . . .	276
D.4.1	Läufer mit unwuchtiger Scheibe . . . . .	276
D.4.2	Kupplung . . . . .	279
D.5	Massenausgleich . . . . .	281
D.5.1	Vierzylindermotor . . . . .	281
D.5.2	Vierzylinder-V-Motor . . . . .	282
D.5.3	Kurbelpresse . . . . .	283
<b>E</b>	<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>285</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>291</b>
	<b>Sachverzeichnis</b>	<b>298</b>