

---

# Studienbücherei

---

## Vorlesungen zur Geschichte der Mathematik

Zweite, überarbeitete Auflage

Mit 72 Abbildungen

**H. Wußing**

Unter Mitarbeit von

S. Brentjes

H.-J. Ilgands

K.-H. Schlote

P. Schreiber

R. Siegmund-Schultze

R. Tobies

J. Wilke



VEB Deutscher Verlag  
der Wissenschaften  
Berlin 1989

# Inhalt

## Vorlesung 1

### Einführung in das Fachgebiet

<i>Ziele der Historiographie der Mathematik</i> . . . . .	16
Zur Entwicklung der Wissenschaftsgeschichte als wissenschaftliche Disziplin . . . . .	16
Aspekte der Mathematikgeschichte . . . . .	17
<i>Ziele der Vorlesung „Geschichte der Naturwissenschaften/Mathematik“</i> . . . . .	21
Literaturhinweise . . . . .	23

## Vorlesung 2

### Anfänge der Mathematik. Altägypten. Mesopotamien

<i>Anfänge der Mathematik</i> . . . . .	26
Die Anfänge . . . . .	26
Agrarische Revolution . . . . .	27
<i>Mathematik im alten Ägypten und in Mesopotamien</i> . . . . .	29
Ägyptische Mathematik . . . . .	29
Mesopotamische Mathematik . . . . .	32

## Vorlesung 3

### Klassische Antike: Ionische Periode. Athenische Periode

<i>Die Mathematik in der griechisch-hellenistischen Antike</i> . . . . .	42
Gesellschaftliche Veränderungen . . . . .	42
Periodisierung . . . . .	43
<i>Ionische Periode</i> . . . . .	44
Thales von Miletos . . . . .	45
Demokritos von Abdera . . . . .	45
Hippokrates von Chios . . . . .	46
Weiterführung der mesopotamischen arithmetisch-algebraischen Traditionen. Die pythagoreische Schule . . . . .	48
Der Zusammenbruch der arithmetica universalis . . . . .	52
<i>Athenische Periode</i> . . . . .	53
Die Platonische Ideenlehre und ihr Einfluß auf die Entwicklung der Mathematik . . . . .	54
Die geometrische Algebra . . . . .	56
Theodoros von Kyrene . . . . .	57
Theaitetos und die Klassifizierung der quadratischen Irrationalitäten . . . . .	58
Eudoxos von Knidos . . . . .	59

**Vorlesung 4****Klassische Antike: Hellenistische Periode. Ausgang der Antike**

<i>Hellenistische Periode</i> . . . . .	64
Alexandria. Das Museion . . . . .	64
Euklid von Alexandria . . . . .	65
Aufbau der „Elemente“ . . . . .	66
Euklid als Forscher . . . . .	68
Archimedes als Mathematiker . . . . .	68
Apollonios von Perge. Die Kegelschnittslehre . . . . .	71
Ptolemaios als Mathematiker . . . . .	72
Heron von Alexandria . . . . .	73
Diophantos von Alexandria . . . . .	75
Die Mathematiker der alexandrinischen Schule . . . . .	76
<i>Die Mathematik am Ausgang der Antike</i> . . . . .	77
Pappos von Alexandria . . . . .	77
Der Untergang der antiken Mathematik . . . . .	78
Die wissenschaftlichen Erben der antiken Mathematik . . . . .	78

**Vorlesung 5****Nichteuropäischer und europäischer Feudalismus**

<i>Vorbemerkungen</i> . . . . .	82
<i>Mathematik in China</i> . . . . .	82
Rechenmethoden im alten China . . . . .	84
Die „Mathematik in neun Büchern“ . . . . .	85
Die chinesische algebraische Schule des 13. Jahrhunderts . . . . .	86
<i>Die Mathematik des alten Indien</i> . . . . .	87
Quellen . . . . .	89
Indische Geometrie . . . . .	91
Indische Trigonometrie . . . . .	91
Die Herausbildung des dezimalen Positionssystems . . . . .	92
Arithmetik und Algebra in der indischen Mathematik . . . . .	93
<i>Die Mathematik in den Ländern des Islam</i> . . . . .	94
Historische Etappen der Entwicklung der Mathematik in den Ländern des Nahen und Mittleren Ostens . . . . .	95
Die Algebra des al-Hwārizmī und seiner Nachfolger . . . . .	96
Die Ausbreitung der indischen Ziffern und die Arithmetik in den Ländern des Nahen und Mittleren Ostens . . . . .	99
Die Herausbildung der Trigonometrie als selbständiger Wissenschaftszweig . . . . .	100
<i>Die Mathematik im europäischen Feudalismus</i> . . . . .	102
Die Karolingische Frührenaissance . . . . .	103
Die Mathematik im Hochfeudalismus . . . . .	104
Ansätze eigenständiger mathematischer Entwicklung in Europa . . . . .	105
Die Gründung von Universitäten. Die Scholastik . . . . .	105

**Vorlesung 6****Renaissance: Trigonometrie. Rechenmethoden. Algebraisierung**

<i>Die Renaissance</i> . . . . .	110
Neue gesellschaftliche Stellung der Naturwissenschaft . . . . .	111
Neue gesellschaftliche Forderungen an die Mathematik . . . . .	112

<i>Ausbau der Trigonometrie zum geschlossenen System</i> . . . . .	116
Die astronomisch-mathematische Schule in Wien. Johannes Regiomontanus . . . . .	116
Prosthaphairesis. Trigonometrische Tafeln . . . . .	117
Zyklometrie . . . . .	118
Die Lehre von der Perspektive . . . . .	119
 <i>Ausbau der Rechenmethoden</i> . . . . .	
Die Rechenmeister . . . . .	120
Die Überwindung des Abacus-Rechnens . . . . .	121
Dezimalbrüche . . . . .	123
Logarithmisches Rechnen . . . . .	123
 <i>Algebraisierung</i> . . . . .	
Die Coß . . . . .	126
Auflösung von Gleichungen dritten und vierten Grades . . . . .	127
Vieta . . . . .	128

**Vorlesung 7**

**Wissenschaftliche Revolution: Analytische Geometrie. Rechenhilfsmittel**

<i>Zur gesellschaftlichen Stellung der Mathematik und der Naturwissenschaften</i> . . . . .	132
Grundeinschätzung der Mathematik dieser Periode . . . . .	132
Die Entwicklung der materiellen Produktivkräfte als Reizmittel für die Entwicklung der Mathematik . . . . .	133
Entwicklung der Naturwissenschaften . . . . .	135
Die Wissenschaftliche Revolution . . . . .	137
Die gesellschaftliche Stellung des Naturwissenschaftlers. Die Gründung von Akademien . . . . .	137
 <i>Geschichte der analytischen Geometrie</i> . . . . .	
Aus der Entstehungsgeschichte der analytischen Geometrie . . . . .	140
Nicolaus Oresme . . . . .	140
Herausbildung der analytischen Geometrie . . . . .	141
René Descartes . . . . .	142
Pierre de Fermat . . . . .	146
Durchbildung der Methoden der analytischen Geometrie . . . . .	147
 <i>Zur Geschichte der frühen mechanischen Rechenmaschinen</i> . . . . .	
Erste mechanische Rechenhilfsmittel . . . . .	148
Frühe Rechenmaschinen . . . . .	149

**Vorlesung 8**

**Wissenschaftliche Revolution: Herausbildung der Infinitesimalmathematik**

<i>Herausbildung infinitesimaler Methoden</i> . . . . .	152
Die Problemsituation . . . . .	152
Geometrischer Grenzübergang . . . . .	153
Die Exhaustionsrechnung . . . . .	155
Képlér und die Infinitesimalgeometrie . . . . .	156
Die Methode der Indivisibeln . . . . .	158
Die Arithmetisierung der Indivisibelmethode . . . . .	162
Das Tangentenproblem . . . . .	165
Pascal und das charakteristische Dreieck . . . . .	167
 <i>Durchbildung der infinitesimalen Methoden</i> . . . . .	
Isaac Newton und die Fluxionsrechnung . . . . .	169
G. W. Leibniz und die Erfindung des Calculus . . . . .	172

**Vorlesung 9****Aufklärung: Ausbau der infinitesimalen Methoden**

<i>Ausbau der infinitesimalen Methoden</i> . . . . .	176
Entstehung einer Theorie der unendlichen Reihen . . . . .	176
Herausbildung des Funktionsbegriffs . . . . .	179
<i>Weiterentwicklung der Infinitesimalmathematik</i> . . . . .	181
Ausbau der Fluxionsrechnung . . . . .	182
Erste zusammenfassende Darstellungen der Infinitesimalmathematik . . . . .	182
<i>Neue Möglichkeiten durch die Infinitesimalmathematik</i> . . . . .	184
Anfänge der Variationsrechnung . . . . .	185
Beginn einer Theorie der Differentialgleichungen . . . . .	186
Infinitesimalmathematik und Anwendungen . . . . .	187
Ideologische Auseinandersetzungen . . . . .	188

**Vorlesung 10****Industrielle Revolution: Darstellende Geometrie. Wahrscheinlichkeitsrechnung. Theorie algebraischer Gleichungen**

<i>Zur gesellschaftlichen Stellung von Mathematik und Naturwissenschaften</i> . . . . .	192
Das Wesen der Industriellen Revolution . . . . .	192
Neue gesellschaftliche Forderungen an die Naturwissenschaften . . . . .	192
Neues Wechselverhältnis zwischen Naturwissenschaften und Produktion . . . . .	193
Grundtendenzen der Entwicklung der Naturwissenschaften . . . . .	194
Neue Organisationsformen der Wissenschaft . . . . .	196
Die Forderung nach Lehrbarkeit der Mathematik . . . . .	197
<i>Zur Geschichte der darstellenden Geometrie</i> . . . . .	198
Die Begründung der wissenschaftlichen darstellenden Geometrie durch G. Monge . . . . .	198
<i>Die Herausbildung der Wahrscheinlichkeitsrechnung</i> . . . . .	200
Zur Vorgeschichte . . . . .	200
P. S. Laplace . . . . .	202
<i>Algebra als Auflösungstheorie algebraischer Gleichungen</i> . . . . .	203
Eine zweite Periode der Algebra . . . . .	203
Beweis des Fundamentalsatzes der Algebra . . . . .	204
Unmöglichkeit der Auflösbarkeit der Gleichung fünften Grades . . . . .	205
Die gruppentheoretische Formulierung des Auflösungsproblems . . . . .	206

**Vorlesung 11****Industrielle Revolution: Grundlagen der Analysis. Zahlssystem. Funktionentheorie**

<i>Verschärfung der Grundlagen der Analysis</i> . . . . .	210
Die Konstatierung der Mängel . . . . .	210
Die exakte Fassung des Grenzbegriffs . . . . .	211
Der Beitrag von B. Bolzano . . . . .	211
Der Beitrag von A. L. Cauchy . . . . .	212
Neufassung und Verschärfung des Funktionsbegriffs . . . . .	214
<i>Aufbau des Zahlsystems</i> . . . . .	217
Schrittweise Ausdehnung der Zahlbereiche . . . . .	217
Der Weg zu den komplexen Zahlen . . . . .	218
Geometrische Interpretation der komplexen Zahlen . . . . .	219
Arithmetische Interpretation der komplexen Zahlen . . . . .	220

H. Hankel und das Permanenzprinzip . . . . .	221
Aufbau einer Theorie der irrationalen Zahlen . . . . .	222
Theorie der rationalen und der natürlichen Zahlen . . . . .	223
Abstrakte Fassung des Zahlbegriffs . . . . .	224
<i>Theorie der Funktionen komplexer Variabler</i> . . . . .	225
Frühe Beispiele des Gebrauchs komplexer Variabler . . . . .	225
Beginn des systematischen Aufbaus einer Theorie der Funktionen einer komplexen Variablen . . . . .	226
Der Beitrag von A. L. Cauchy zur Funktionentheorie . . . . .	227
B. Riemanns Beitrag zur Funktionentheorie . . . . .	228
Der Beitrag von K. Weierstraß zur Funktionentheorie . . . . .	229

## Vorlesung 12

### Neunzehntes Jahrhundert: Anwendungen der Mathematik. Algebra

<i>Zur gesellschaftlichen Stellung von Mathematik und Naturwissenschaften</i> . . . . .	232
Die Verwandlung der Wissenschaft in eine Produktivkraft . . . . .	232
Hauptentwicklungsrichtungen der Naturwissenschaften . . . . .	233
Hauptentwicklungsrichtungen der Mathematik . . . . .	234
<i>Mathematik und Anwendungen</i> . . . . .	235
Analysisbetonte Anwendungsbereiche der Mathematik . . . . .	235
Hauptelemente der theoretischen Mechanik im neunzehnten Jahrhundert . . . . .	236
Mathematische Physik . . . . .	237
<i>Zur Entwicklung der Algebra im neunzehnten Jahrhundert</i> . . . . .	239
Theorie der Determinanten und Matrizen . . . . .	239
Der Quaternionenkalkül. Die Vektorrechnung . . . . .	240
Die britische algebraische Schule . . . . .	241
Herausarbeitung algebraischer Grundstrukturen . . . . .	243

## Vorlesung 13

### Neunzehntes Jahrhundert: Höhere Geometrie. Mengenlehre

<i>Die Entwicklung der höheren Geometrie im neunzehnten Jahrhundert</i> . . . . .	248
Auf dem Weg zur nichteuklidischen Geometrie . . . . .	248
Gauß und die nichteuklidische Geometrie . . . . .	250
Janos Bolyai und die nichteuklidische Geometrie . . . . .	251
N. I. Lobačevskij und die nichteuklidische Geometrie . . . . .	252
Der Beitrag von B. Riemann zur Grundlegung der Geometrie . . . . .	253
Die Anerkennung nichteuklidischer Geometrien . . . . .	254
Zur Entwicklungsgeschichte der projektiven Geometrie . . . . .	255
Das Erlanger Programm . . . . .	257
Die Wirkung des Erlanger Programms . . . . .	259
Axiomatisierung der Geometrie durch D. Hilbert . . . . .	259
Die moderne Auffassung von Axiomatisierung . . . . .	261
<i>Entstehung und Entwicklung der Mengenlehre</i> . . . . .	262
Aus der Frühgeschichte der Mengenlehre . . . . .	263
G. Cantor und die Begründung der Mengenlehre . . . . .	263
Kampf um die Anerkennung der Mengenlehre . . . . .	265
Axiomatisierung der Mengenlehre . . . . .	267
Philosophisch-mathematische Schulen . . . . .	268

**Vorlesung 14**  
**Zwanzigstes Jahrhundert: Mathematische Logik. Moderne Algebra**

*Die gesellschaftliche Funktion der Mathematik und der Naturwissenschaften* . . . . . 272  
 Tendenzen der Entwicklung der Naturwissenschaften . . . . . 272  
 Die wissenschaftlich-technische Revolution . . . . . 273  
 Einige allgemeine Aspekte der Mathematik des zwanzigsten Jahrhunderts . . . . . 274

*Zur Geschichte der mathematischen Logik* . . . . . 277  
 Aus der Frühgeschichte der mathematischen Logik . . . . . 277  
 Herausbildung der mathematischen Logik als selbständige Disziplin . . . . . 278  
 Zur Geschichte der neueren mathematischen Logik . . . . . 279

*Entwicklung der Algebra seit der Jahrhundertwende* . . . . . 281  
 Die Herausbildung der sogenannten Modernen Algebra . . . . . 281  
 Entwicklung spezieller Gebiete der neueren Algebra . . . . . 283

**Vorlesung 15**  
**Zwanzigstes Jahrhundert: Funktionalanalysis. Wahrscheinlichkeitsrechnung. Lineare Optimierung. Rechentechnik**

*Zur Entstehung und Entwicklung der Funktionalanalysis* . . . . . 288  
 Die Anfänge der Funktionalanalysis . . . . . 288  
 Die Herausbildung der selbständigen Funktionalanalysis . . . . . 289  
 Weiterentwicklung der Funktionalanalysis . . . . . 291

*Zur Entwicklung der modernen Wahrscheinlichkeitsrechnung* . . . . . 292  
 Die russische wahrscheinlichkeitstheoretische Schule . . . . . 292  
 Auf dem Wege zur Axiomatisierung . . . . . 293  
 Die Axiomatisierung der Wahrscheinlichkeitsrechnung durch Kolmogorov . . . . . 294

*Entstehung und Entwicklung der linearen Optimierung* . . . . . 295  
 Zur Vorgeschichte der linearen Optimierung . . . . . 296  
 Der Beginn des Konstituierungsprozesses der linearen Optimierung als selbständige mathematische Disziplin in der UdSSR . . . . . 298  
 Der Abschluß des Konstituierungsprozesses in den USA . . . . . 299

*Zur historischen Entwicklung der programmgesteuerten Rechentechnik* . . . . . 301  
 Anfänge der Programmsteuerung . . . . . 301  
 Erste programmgesteuerte Rechner . . . . . 302  
 Die Entwicklung der Computertechnik während der letzten Jahrzehnte . . . . . 303  
 Ausblick . . . . . 305

**Anhang**

*Übersicht über die Entstehungszeit heutiger mathematischer Symbole* . . . . . 308  
*Anmerkungen* . . . . . 309  
*Literatur* . . . . . 316  
*Abbildungsnachweis* . . . . . 330  
*Biographischer Anhang* . . . . . 332