

MATHEMATICAL SYSTEMS IN ECONOMICS 42

Edited by
Herausgegeben von

S. N. AFRIAT
Ottawa

G. BAMBERG
Augsburg

W. EICHHORN
Karlsruhe

G. HAMMER
Augsburg

R. HENN
Karlsruhe

R. KAERKES
Aachen

K. NEUMANN
Karlsruhe

H. NOLTEMEIER
Göttingen

O. OPITZ
Innsbruck

B. RAUHUT
Aachen

J. ROSENMÜLLER
Karlsruhe

R. W. SHEPHARD
Berkeley

Analyse und Anwendungen von Quotientenprogrammen

Ein Beitrag zur Planung mit Hilfe der
nichtlinearen Programmierung

Siegfried Schaible

Industrieseminar
der Universität Köln

5000 Köln 41

FB Mathematik
TU Darmstadt



58365610

Fachbereich Mathematik
Technische Hochschule Darmstadt
Bibliothek

Inv.-Nr. B 17 721



VERLAG ANTON HAIN · MEISENHEIM AM GLAN

INHALTSVERZEICHNIS

ERSTES KAPITEL

Nichtlineare Programmierung	1
1.1 Bedeutung der nichtlinearen Programmierung	3
1.1.1 Gegenwärtiger Stand der nichtlinearen Programmierung	3
1.1.2 Betriebswirtschaftliche Entscheidungsprobleme als nichtlineare Programme	7
1.2 Klassen nichtlinearer Programme	16
1.2.1 Quadratische Programme, Quasi-konkave Programme, Geometrische Programme und Quotientenprogramme	17
1.2.2 Klassen von Quotientenprogrammen	28
1.3 Problemstellung	37

ZWEITES KAPITEL

Anwendungen der Quotientenprogrammierung	46
2.1 Betriebswirtschaftliche Kennzahlen	47
2.1.1 Betriebswirtschaftliche Kennzahlen als Planungsinstrument	47
2.1.2 Produktivität (Verschnittoptimierung)	50
2.1.3 Rentabilität	51
2.1.4 Technische und wirtschaftliche Effektivität von Produktionsverfahren	53

2.1.5	Ein Routenproblem	54
2.1.6	Optimale Frachtzusammen- stellung	56
2.1.7	Zeitplanung mit Hilfe von GERT-Netzwerken	59
2.1.8	Stochastische Prozesse (In- standhaltungsplanung u.a.)	61
2.2	Spieltheorie	63
2.3	Informationstheorie	65
2.4	Approximation nichtlinearer Zielfunk- tionen	66
2.5	Quotientenprogramme als Hilfspro- bleme	66
2.5.1	Optimales Wertpapier-Porte- feuille	66
2.5.2	Mehrzieloptimierung	71
2.5.2.1	Mehrere absolute Ziel- größen	71
2.5.2.2	Berücksichtigung relati- ver Zielgrößen	72
2.5.3	Tschebyscheff-Probleme	74
2.5.4	Eigenwerte von Matrizen	74
2.5.5	Dekomposition großer LP- Modelle	75
2.5.6	Stochastische lineare und nicht- lineare Programme	89

DRITTES KAPITEL

	Charakterisierungen konkav-konvexer Quo- tientenprogramme durch konkave Programme	106
3.1	Reduktion auf ein parametrisches konkaves Programm	107

3.2	Reduktion auf ein einziges konkaves Programm durch Variablentransformation	109
3.2.1	Das äquivalente konkave Programm	109
3.2.2	Beispiele	115
3.3	Reduktion spezieller konkav-konvexer Quotientenprogramme auf ein konkaves Programm durch Skalierung der Zielfunktion	121

VIERTES KAPITEL

	Dualität für konkav-konvexe Quotientenprogramme	127
4.1	Problemstellung	127
4.2	Notwendigkeit eines neuen Dualitätsbegriffs für konkav-konvexe Quotientenprogramme	130
4.2.1	Unbrauchbarkeit des Lagrange-dualen Programms der konkaven Programmierung	131
4.2.2	Unbrauchbarkeit des Wolfe-dualen Programms der differenzierbaren konkaven Programmierung	132
4.3	Dualität für nichtdifferenzierbare Quotientenprogramme	133
4.3.1	Ein verallgemeinertes Lagrange-duales Programm	134
4.3.2	Dualitätssätze	138

4.4	Dualität für differenzierbare Quotientenprogramme	145
4.4.1	Ein verallgemeinertes Wolfe-duales Programm	146
4.4.2	Dualitätssätze	149
4.5	Dualität für quadratische Quotientenprogramme	159
4.5.1	Das verallgemeinerte Wolfe-duale Programm	160
4.5.2	Äquivalenz des verallgemeinerten Lagrange- und Wolfe-dualen Programms	162
4.5.3	Dualitätssätze	163
4.5.3.1	Schwacher und starker Dualitätssatz	163
4.5.3.2	Umgekehrte Dualitätssätze für quadratisch-lineare Quotientenprogramme	164
4.5.3.3	Lösung quadratisch-linearer Quotientenprogramme	172
4.5.3.4	Umgekehrte Dualitätssätze für quadratische Quotientenprogramme mit nichtaffinem Nenner	175
4.6	Dualität für lineare Quotientenprogramme	180
4.6.1	Dualitätssätze	180
4.6.2	Beziehungen zur stückweise linearen, konvexen Programmierung	184

4.7	Marginalwerte in der Quotientenprogrammierung	187
4.7.1	Sensitivitätsanalyse mit Hilfe des verallgemeinerten Wolfe-dualen Programms	188
4.7.2	Beispiele	195

FÜNFTES KAPITEL

	Dinkelbachs Verfahren zur Lösung konkav-konvexer Quotientenprogramme, Analyse und Erweiterungen	203
5.1	Der parametrische Lösungsansatz	204
5.2	Das Iterationsverfahren von Dinkelbach	205
5.3	Analyse des Iterationsverfahrens	210
5.3.1	Konvergenzgeschwindigkeit	210
5.3.2	Fehlerabschätzungen	218
5.4	Modifikation der Start- und Stopregel	221
5.5	Ein alternatives Verfahren	224
	ZUSAMMENFASSENDE SCHLUSSBETRACHTUNG	228
	Abkürzungen	237
	LITERATURVERZEICHNIS	238