

S. Fényö — H. W. Stolle

# Theorie und Praxis der linearen Integralgleichungen

4

1984

Birkhäuser Verlag  
Basel · Boston · Stuttgart

# Inhaltsverzeichnis

<b>V.</b>	<b>NUMERISCHE METHODEN ZUR LÖSUNG LINEARER INTEGRALGLEICHUNGEN</b>	
	<b>Einleitende Bemerkungen</b> . . . . .	<b>11</b>
<b>17.</b>	<b>Approximation von Kernen durch ausgeartete Kerne</b> . . . . .	<b>15</b>
17.1.	Approximation von $L^2(\Delta \times \Delta)$ - und $C(\Delta \times \Delta)$ -Kernen . . . . .	15
17.2.	Fehlerabschätzungen . . . . .	24
17.3.	Kernersatz nach BATEMAN . . . . .	33
17.4.	Die beste Approximation eines Kernes durch einen ausgearteten Kern . . . . .	38
<b>18.</b>	<b>Iterationsverfahren für Fredholmsche Gleichungen zweiter Art</b> . . . . .	<b>43</b>
18.1.	Die Neumannsche Reihe . . . . .	43
18.2.	Ein allgemeines Iterationsverfahren . . . . .	55
18.3.	Die Verfahren von WIARDA, BÜCKNER und WAGNER . . . . .	64
18.4.	Die Methode von LÁNCZOS . . . . .	76
18.5.	Die Momentenmethode . . . . .	85
18.6.	Ein Gradientenverfahren . . . . .	95
18.7.	Die Methode des stärksten Abstiegs und die Methode der konjugierten Richtungen . . . . .	103
<b>19.</b>	<b>Quadraturformelmethode für Fredholmsche Integralgleichungen zweiter Art</b>	<b>122</b>
19.1.	Allgemeine Bemerkungen zur Anwendung von Quadraturformeln für die Lösung von Integralgleichungen . . . . .	122
19.2.	Die Berücksichtigung des Quadraturfehlers bei Anwendung der Gregory-Formeln zur Lösung von Integralgleichungen . . . . .	126
19.3.	Die Quadraturformelmethode mit iterativer Korrektur . . . . .	134
19.4.	Fehlerabschätzung mittels Quadraturformeln und Konvergenzfragen bei Quadraturformelverfahren . . . . .	142
19.5.	Anwendung von Produktintegrationsformeln zur Lösung von Integralgleichungen . . . . .	153
19.6.	Doppelapproximation durch Kernersatz und Quadraturformeln . . . . .	163
19.7.	Spezielle Quadraturformeln für Kerne mit stückweise stetigen partiellen Ableitungen . . . . .	168
<b>20.</b>	<b>Variationsmethoden und Projektionsverfahren</b> . . . . .	<b>171</b>
20.1.	Die energetische Methode und das Ritz-Verfahren . . . . .	171

20.2.	Das Bubnow-Galerkin-Verfahren und die Methode der kleinsten Quadrate . . .	185
20.3.	Allgemeine Bemerkungen zu Projektionsverfahren. Die Kollokationsmethode	192
<b>21.</b>	<b>Weitere numerische Verfahren für Fredholmsche und Volterrasche Integralgleichungen . . . . .</b>	<b>200</b>
21.1.	Das Eingrenzen der Lösungen von Integralgleichungen . . . . .	200
21.2.	Die Methode der monoton zerlegbaren Operatoren . . . . .	204
21.3.	Ein Quadraturformelverfahren für Volterrasche Integralgleichungen zweiter Art	214
21.4.	Numerische Verfahren für Volterrasche Integralgleichungen erster Art und Abelsche Gleichungen . . . . .	221
21.5.	Lösung Fredholmscher Gleichungen durch Volterrafaktorisation . . . . .	228
21.6.	Störungsrechnung für lineare Integralgleichungen . . . . .	235
21.7.	Numerische Lösung von Integralgleichungen erster Art durch Zurückführung auf ein Anfangswertproblem . . . . .	242
<b>22.</b>	<b>Lösung von Integralgleichungen mit Splinefunktionen . . . . .</b>	<b>245</b>
22.1.	Polynomsplines und $\mathcal{L}$ -Splines . . . . .	245
22.2.	Die Anwendung der Splinefunktionen auf Integralgleichungen. . . . .	250
22.3.	Approximation durch intervallweise Hermiteinterpolation . . . . .	257
22.4.	Die Lösung mehrdimensionaler Integralgleichungen mittels der Finite-Element-Methode . . . . .	269
<b>23.</b>	<b>Einige Lösungsverfahren für Integralgleichungen mit singulären Kernen . . .</b>	<b>273</b>
23.1.	Integralgleichungen mit einem schwach singulären Kern . . . . .	273
23.2.	Integralgleichungen erster Art mit einem Kern vom Cauchytyp . . . . .	282
23.3.	Integralgleichungen zweiter Art mit einem Kern vom Cauchytyp . . . . .	292
23.4.	Integralgleichungen zweiter Art mit einem Kern vom Hilberttyp . . . . .	295
<b>24.</b>	<b>Spezielle Methoden zur Eigenwertberechnung . . . . .</b>	<b>301</b>
24.1.	Eigenwertberechnung mittels der Fredholmschen Determinante und der Spuren . . . . .	301
24.2.	Bestimmung des größten Eigenwertes einer Integralgleichung mit positivem Kern . . . . .	309
24.3.	Schranken für Eigenwerte und Eigenfunktionen durch Lösung inhomogener Gleichungen . . . . .	313
24.4.	Bestimmung der Eigenwerte von Faltungsgleichungen mit Fourierintegrkern	319
24.5.	Bestimmung der Eigenwerte von Integralgleichungen mit Integralkernen . . .	329
24.6.	Einschließungssätze für Eigenwerte hermitescher Integraloperatoren . . . . .	335
24.7.	Einschließungspolynome und weitere Einschließungsaussagen für Eigenwerte hermitescher Integraloperatoren . . . . .	346
24.8.	Konvergenzaussagen bei der näherungsweise Berechnung von Eigenwerten . . .	357
<b>25.</b>	<b>Fehlerschranken, Konvergenz und Stabilität der Näherungslösungen von Operatorgleichungen zweiter Art . . . . .</b>	<b>364</b>
25.1.	Die Theorie von ANSELONE . . . . .	364

25.2.	Die Theorie von KANTOROWITSCH . . . . .	377
25.3.	Die Theorie von VAINIKKO . . . . .	388
25.4.	Die Anwendung der Theorie monotoner Operatoren auf Fredholmsche Integralgleichungen. . . . .	398
25.5.	Die Stabilität der Lösung von Operatorgleichungen . . . . .	403
<b>VI.</b>	<b>EINIGE ANWENDUNGEN VON INTEGRALGLEICHUNGEN</b>	
<b>26.</b>	<b>Anwendung der Theorie der Integralgleichungen zur Lösung von Differentialgleichungen . . . . .</b>	<b>411</b>
26.1.	Die Lösung von Anfangswertproblemen gewöhnlicher Differentialgleichungen mit Hilfe von Volterraschen Integralgleichungen . . . . .	411
26.2.	Die Lösung von Randwertaufgaben gewöhnlicher Differentialgleichungen mit Hilfe von Integralgleichungen . . . . .	415
26.2.1.	Lineare Randwertaufgaben und ihre Adjungierten . . . . .	415
26.2.2.	Umkehrung eines linearen Differentialoperators. Die Greensche Funktion. . .	419
26.2.3.	Beispiele und Gegenbeispiele . . . . .	424
26.2.4.	Der Zusammenhang von Randwertaufgaben und Integralgleichungen . . . .	428
26.3.	Die Anwendung der Integralgleichungen zur Lösung der Grundaufgaben der Potentialtheorie. . . . .	430
26.3.1.	Das Potential einer einfachen Schicht und einer Doppelschicht . . . . .	430
26.3.2.	Die Integralgleichungen der Randwertaufgaben der Potentialtheorie im dreidimensionalen Fall . . . . .	435
26.3.3.	Die potentialtheoretischen Randwertaufgaben in der Ebene . . . . .	440
26.3.4.	Die Greensche Funktion für partielle Differentialgleichungen zweiter Ordnung von zwei unabhängigen Veränderlichen. . . . .	443
26.3.5.	Ein Beispiel. . . . .	450
26.3.6.	Die Greensche Funktion für den räumlichen Laplaceoperator . . . . .	453
26.4.	Ein Anwendungsbeispiel der Wiener-Hopfschen Integralgleichung zur Lösung einer Randwertaufgabe . . . . .	456
<b>27.</b>	<b>Integralgleichungen und konforme Abbildungen . . . . .</b>	<b>463</b>
27.1.	Die Integralgleichungen der konformen Abbildung . . . . .	463
27.2.	Die Lösung der Gerschgorinschen Integralgleichung . . . . .	472
<b>28.</b>	<b>Einige Probleme der Elastizitätstheorie . . . . .</b>	<b>485</b>
28.1.	Die Schwingungen linearer elastischer Gebilde und die statische und kinetische Stabilität von Stäben . . . . .	485
28.2.	Die Randwertaufgaben der linearen Scheiben- und Plattentheorie und ihre Darstellung im Komplexen . . . . .	500
28.3.	Die Integralgleichungen der ebenen Elastizitätstheorie im Komplexen . . . .	512
28.4.	Die Integralgleichungen der ebenen Elastizitätstheorie bei Benutzung der konformen Abbildung . . . . .	526
28.5.	Eine reelle Integralgleichungsmethode für gemischte Probleme der Plattenbiegung . . . . .	532
28.6.	Eine Integralgleichung für das Torsionsproblem . . . . .	537
28.7.	Weitere Literaturhinweise . . . . .	544

<b>29.</b>	<b>Einige Probleme der Strömungsmechanik</b> . . . . .	547
29.1.	Ebene Potentialströmungen . . . . .	547
29.2.	Die Zirkulationsgleichung für Einzelprofile und Schaufelgitter . . . . .	549
29.3.	Lösung der Zirkulationsgleichungen durch Reihenentwicklungen . . . . .	554
29.4.	Die Prandtl'sche Gleichung der tragenden Linie . . . . .	559
29.5.	Die Schubertsche Gleichung für den freifahrenden, schwach belasteten Propeller . . . . .	563
29.6.	Äquivalente Regularisierung einer linearen singulären Integrodifferentialgleichung der Tragflügeltheorie . . . . .	568
<b>30.</b>	<b>Einige Probleme der Elektrodynamik</b> . . . . .	575
30.1.	Die Grundgleichungen des elektromagnetischen Feldes . . . . .	575
30.2.	Die Beugung einer Welle an einem Kreiszyylinder . . . . .	579
30.3.	Die Beugung einer Welle an einem sehr engen Spalt . . . . .	583
30.4.	Elektromagnetische Schwingungen im inhomogenen Raum . . . . .	587
<b>31.</b>	<b>Die Integralgleichung der Neutronentransporttheorie</b> . . . . .	593
<b>32.</b>	<b>Die Integralgleichung der Erneuerungstheorie</b> . . . . .	604
	<b>Literaturverzeichnis</b> . . . . .	615
	<b>Inhalt von Band 1</b> . . . . .	691
	<b>Inhalt von Band 2</b> . . . . .	692
	<b>Inhalt von Band 3</b> . . . . .	694
	<b>Bezeichnungen</b> . . . . .	696
	<b>Symbole</b> . . . . .	699
	<b>Namen- und Sachverzeichnis</b> . . . . .	700