

S. Fényö — H. W. Stolle

# Theorie und Praxis der linearen Integralgleichungen

4

1984

Birkhäuser Verlag  
Basel · Boston · Stuttgart

# Inhaltsverzeichnis

<b>V.</b>	<b>NUMERISCHE METHODEN ZUR LÖSUNG LINEARER INTEGRALGLEICHUNGEN</b>	
	<b>Einleitende Bemerkungen</b>	11
<b>17.</b>	<b>Approximation von Kernen durch ausgeartete Kerne</b>	15
17.1.	Approximation von $L^2(\Delta \times \Delta)$ - und $C(\Delta \times \Delta)$ -Kernen	15
17.2.	Fehlerabschätzungen	24
17.3.	Kernersatz nach BATEMAN	33
17.4.	Die beste Approximation eines Kernes durch einen ausgearbeiteten Kern	38
<b>18.</b>	<b>Iterationsverfahren für Fredholmsche Gleichungen zweiter Art</b>	43
18.1.	Die Neumannsche Reihe	43
18.2.	Ein allgemeines Iterationsverfahren	55
18.3.	Die Verfahren von WIARDA, BÜCKNER und WAGNER	64
18.4.	Die Methode von LÁNCZOS	76
18.5.	Die Momentenmethode	85
18.6.	Ein Gradientenverfahren	95
18.7.	Die Methode des stärksten Abstiegs und die Methode der konjugierten Richtungen	103
<b>19.</b>	<b>Quadraturformelmethoden für Fredholmsche Integralgleichungen zweiter Art</b>	122
19.1.	Allgemeine Bemerkungen zur Anwendung von Quadraturformeln für die Lösung von Integralgleichungen	122
19.2.	Die Berücksichtigung des Quadraturfehlers bei Anwendung der Gregory-Formeln zur Lösung von Integralgleichungen	126
19.3.	Die Quadraturformelmethode mit iterativer Korrektur	134
19.4.	Fehlerabschätzung mittels Quadraturformeln und Konvergenzfragen bei Quadraturformelverfahren	142
19.5.	Anwendung von Produktintegrationsformeln zur Lösung von Integralgleichungen	153
19.6.	Doppelapproximation durch Kernersatz und Quadraturformeln	163
19.7.	Spezielle Quadraturformeln für Kerne mit stückweise stetigen partiellen Ableitungen	168
<b>20.</b>	<b>Variationsmethoden und Projektionsverfahren</b>	171
20.1.	Die energetische Methode und das Ritz-Verfahren	171

<b>20.2.</b>	<b>Das Bubnow-Galerkin-Verfahren und die Methode der kleinsten Quadrate . . . . .</b>	185
<b>20.3.</b>	<b>Allgemeine Bemerkungen zu Projektionsverfahren. Die Kollokationsmethode</b>	192
<b>21.</b>	<b>Weitere numerische Verfahren für Fredholmsche und Volterrasche Integralgleichungen . . . . .</b>	200
<b>21.1.</b>	<b>Das Eingrenzen der Lösungen von Integralgleichungen . . . . .</b>	200
<b>21.2.</b>	<b>Die Methode der monoton zerlegbaren Operatoren . . . . .</b>	204
<b>21.3.</b>	<b>Ein Quadraturformelverfahren für Volterrasche Integralgleichungen zweiter Art</b>	214
<b>21.4.</b>	<b>Numerische Verfahren für Volterrasche Integralgleichungen erster Art und Abelsche Gleichungen . . . . .</b>	221
<b>21.5.</b>	<b>Lösung Fredholmscher Gleichungen durch Volterrafaktorisierung . . . . .</b>	228
<b>21.6.</b>	<b>Störungsrechnung für lineare Integralgleichungen . . . . .</b>	235
<b>21.7.</b>	<b>Numerische Lösung von Integralgleichungen erster Art durch Zurückführung auf ein Anfangswertproblem . . . . .</b>	242
<b>22.</b>	<b>Lösung von Integralgleichungen mit Splinefunktionen . . . . .</b>	245
<b>22.1.</b>	<b>Polynomsplines und <math>\mathcal{L}</math>-Splines . . . . .</b>	245
<b>22.2.</b>	<b>Die Anwendung der Splinefunktionen auf Integralgleichungen . . . . .</b>	250
<b>22.3.</b>	<b>Approximation durch intervallweise Hermiteinterpolation . . . . .</b>	257
<b>22.4.</b>	<b>Die Lösung mehrdimensionaler Integralgleichungen mittels der Finite-Element-Methode . . . . .</b>	269
<b>23.</b>	<b>Einige Lösungsverfahren für Integralgleichungen mit singulären Kernen . . . . .</b>	273
<b>23.1.</b>	<b>Integralgleichungen mit einem schwach singulären Kern . . . . .</b>	273
<b>23.2.</b>	<b>Integralgleichungen erster Art mit einem Kern vom Cauchytyp . . . . .</b>	282
<b>23.3.</b>	<b>Integralgleichungen zweiter Art mit einem Kern vom Cauchytyp . . . . .</b>	292
<b>23.4.</b>	<b>Integralgleichungen zweiter Art mit einem Kern vom Hilberttyp . . . . .</b>	295
<b>24.</b>	<b>Spezielle Methoden zur Eigenwertberechnung . . . . .</b>	301
<b>24.1.</b>	<b>Eigenwertberechnung mittels der Fredholmschen Determinante und der Spuren . . . . .</b>	301
<b>24.2.</b>	<b>Bestimmung des größten Eigenwertes einer Integralgleichung mit positivem Kern . . . . .</b>	309
<b>24.3.</b>	<b>Schranken für Eigenwerte und Eigenfunktionen durch Lösung inhomogener Gleichungen . . . . .</b>	313
<b>24.4.</b>	<b>Bestimmung der Eigenwerte von Faltungsgleichungen mit Fourierintegralkern</b>	319
<b>24.5.</b>	<b>Bestimmung der Eigenwerte von Integralgleichungen mit Integralkernen . . . . .</b>	329
<b>24.6.</b>	<b>Einschließungssätze für Eigenwerte hermitischer Integraloperatoren . . . . .</b>	335
<b>24.7.</b>	<b>Einschließungspolynome und weitere Einschließungsaussagen für Eigenwerte hermitischer Integraloperatoren . . . . .</b>	346
<b>24.8.</b>	<b>Konvergenzaussagen bei der näherungsweisen Berechnung von Eigenwerten . . . . .</b>	357
<b>25.</b>	<b>Fehlerschranken, Konvergenz und Stabilität der Näherungslösungen von Operatorgleichungen zweiter Art . . . . .</b>	364
<b>25.1.</b>	<b>Die Theorie von ANSELONE . . . . .</b>	364

25.2.	Die Theorie von KANTOROWITSCH . . . . .	377
25.3.	Die Theorie von VAINIKKO . . . . .	388
25.4.	Die Anwendung der Theorie monotoner Operatoren auf Fredholmsche Integralgleichungen . . . . .	398
25.5.	Die Stabilität der Lösung von Operatorgleichungen . . . . .	403

## VI. EINIGE ANWENDUNGEN VON INTEGRALGLEICHUNGEN

26.	<b>Anwendung der Theorie der Integralgleichungen zur Lösung von Differentialgleichungen . . . . .</b>	411
26.1.	Die Lösung von Anfangswertproblemen gewöhnlicher Differentialgleichungen mit Hilfe von Volterrascchen Integralgleichungen . . . . .	411
26.2.	Die Lösung von Randwertaufgaben gewöhnlicher Differentialgleichungen mit Hilfe von Integralgleichungen . . . . .	415
26.2.1.	Lineare Randwertaufgaben und ihre Adjungierten . . . . .	415
26.2.2.	Umkehrung eines linearen Differentialoperators. Die Greensche Funktion . . . . .	419
26.2.3.	Beispiele und Gegenbeispiele . . . . .	424
26.2.4.	Der Zusammenhang von Randwertaufgaben und Integralgleichungen . . . . .	428
26.3.	Die Anwendung der Integralgleichungen zur Lösung der Grundaufgaben der Potentialtheorie . . . . .	430
26.3.1.	Das Potential einer einfachen Schicht und einer Doppelschicht . . . . .	430
26.3.2.	Die Integralgleichungen der Randwertaufgaben der Potentialtheorie im dreidimensionalen Fall . . . . .	435
26.3.3.	Die potentialtheoretischen Randwertaufgaben in der Ebene . . . . .	440
26.3.4.	Die Greensche Funktion für partielle Differentialgleichungen zweiter Ordnung von zwei unabhängigen Veränderlichen . . . . .	443
26.3.5.	Ein Beispiel . . . . .	450
26.3.6.	Die Greensche Funktion für den räumlichen Laplaceoperator . . . . .	453
26.4.	Ein Anwendungsbeispiel der Wiener-Hopfschen Integralgleichung zur Lösung einer Randwertaufgabe . . . . .	456
27.	<b>Integralgleichungen und konforme Abbildungen . . . . .</b>	463
27.1.	Die Integralgleichungen der konformen Abbildung . . . . .	463
27.2.	Die Lösung der Gerschgorinschen Integralgleichung . . . . .	472
28.	<b>Einige Probleme der Elastizitätstheorie . . . . .</b>	485
28.1.	Die Schwingungen linearer elastischer Gebilde und die statische und kinetische Stabilität von Stäben . . . . .	485
28.2.	Die Randwertaufgaben der linearen Scheiben- und Plättentheorie und ihre Darstellung im Komplexen . . . . .	500
28.3.	Die Integralgleichungen der ebenen Elastizitätstheorie im Komplexen . . . . .	512
28.4.	Die Integralgleichungen der ebenen Elastizitätstheorie bei Benutzung der konformen Abbildung . . . . .	526
28.5.	Eine reelle Integralgleichungsmethode für gemischte Probleme der Plattenbiegung . . . . .	532
28.6.	Eine Integralgleichung für das Torsionsproblem . . . . .	537
28.7.	Weitere Literaturhinweise . . . . .	544

<b>29.</b>	<b>Einige Probleme der Strömungsmechanik . . . . .</b>	547
29.1.	Ebene Potentialströmungen . . . . .	547
29.2.	Die Zirkulationsgleichung für Einzelprofile und Schaufelgitter . . . . .	549
29.3.	Lösung der Zirkulationsgleichungen durch Reihenentwicklungen. . . . .	554
29.4.	Die Prandtlsche Gleichung der tragenden Linie . . . . .	559
29.5.	Die Schubertsche Gleichung für den freifahrenden, schwach belasteten Propeller	563
29.6.	Äquivalente Regularisierung einer linearen singulären Integrodifferentialgleichung der Tragflügeltheorie. . . . .	568
<b>30.</b>	<b>Einige Probleme der Elektrodynamik . . . . .</b>	575
30.1.	Die Grundgleichungen des elektromagnetischen Feldes . . . . .	575
30.2.	Die Beugung einer Welle an einem Kreiszylinder . . . . .	579
30.3.	Die Beugung einer Welle an einem sehr engen Spalt . . . . .	583
30.4.	Elektromagnetische Schwingungen im inhomogenen Raum . . . . .	587
<b>31.</b>	<b>Die Integralgleichung der Neutronentransporttheorie . . . . .</b>	593
<b>32.</b>	<b>Die Integralgleichung der Erneuerungstheorie . . . . .</b>	604
<b>Literaturverzeichnis . . . . .</b>		615
<b>Inhalt von Band 1 . . . . .</b>		691
<b>Inhalt von Band 2 . . . . .</b>		692
<b>Inhalt von Band 3 . . . . .</b>		694
<b>Bezeichnungen . . . . .</b>		696
<b>Symbole . . . . .</b>		699
<b>Namen- und Sachverzeichnis. . . . .</b>		700