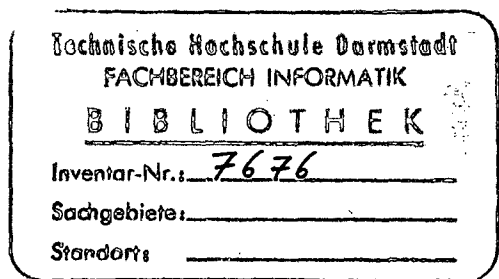


Ulrich Krengel

Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik



Friedr. Vieweg & Sohn



Braunschweig / Wiesbaden

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	V
Kapitel I Diskrete Wahrscheinlichkeitsräume	1
§ 1 Modelle für Zufallsexperimente, Abzählmethoden	1
1.1 Endliche Wahrscheinlichkeitsräume	2
1.2 Einfache Urnenmodelle	7
1.3 Anwendungsbeispiele	10
1.4 Die hypergeometrische Verteilung ¹	12
1.5 Vereinigungen von Ereignissen	13
1.6 Multinomialkoeffizienten	14
1.7 Runs	15
1.8 Einfache Identitäten für Binomialkoeffizienten	16
Anhang	18
Aufgaben	20
§ 2 Bedingte Wahrscheinlichkeit und Unabhängigkeit	21
2.1 Definition und Eigenschaften bedingter Wahrscheinlichkeiten	21
2.2 Unabhängigkeit	25
2.3 Produktexperimente	27
2.4 Einige Verteilungen für Produktexperimente	30
2.5 Diskrete Wahrscheinlichkeitsräume	32
2.6 Konstruktion von Wahrscheinlichkeitsräumen aus bedingten Wahrscheinlichkeiten	33
2.7 Austauschbare Verteilungen	35
2.8 Genetische Modelle	36
2.9 Bedingte Wahrscheinlichkeiten und Scheinkorrelationen	38
Anmerkungen	40
Aufgaben	41
§ 3 Zufallsvariable, Erwartungswert, Varianz	43
3.1 Verteilungen von Zufallsvariablen	43
3.2 Unabhängigkeit	46
3.3 Erwartungswerte	47
3.4 Das Rechnen mit Indikatorfunktionen	50
3.5 Varianz und Kovarianz	54
3.6 Das schwache Gesetz der großen Zahl	58
Aufgaben	60
§ 4 Grundbegriffe der Schätztheorie	62
4.1 Der allgemeine Rahmen von Schätzproblemen	63
4.2 Maximum – Likelihood – Schätzer	64
4.3 Erwartungstreue	66
4.4 Der mittlere quadratische Fehler	68
4.5 Die Informations-Ungleichung	69
4.6 Konsistenz	70
4.7 Konfidenzintervalle	71
Aufgaben	77

§ 5	Approximationen der Binomialverteilung	78
5.1	Approximation von $n!$ und $b_{n,p}(k)$	78
5.2	Der Satz von de Moivre-Laplace	83
5.3	Anwendungen	85
5.4	Die Poisson-Approximation	88
	Anhang	92
	Aufgaben	94
§ 6	Tests	95
6.1	Beispiel der „tea tasting Lady“	95
6.2	Grundbegriffe der Testtheorie	97
6.3	Mehr zur „tea tasting Lady“	98
6.4	Ein verfeinertes Modell für den Tee-Test	100
6.5	Beispiel des Testens der Existenz von außersinnlicher Wahrnehmung	102
6.6	Eine Erweiterung des Testbegriffs: Randomisierte Tests	103
6.7	Tests einfacher Hypothesen gegen einfache Alternativen	104
6.8	Anwendung auf zusammengesetzte Alternativen	106
6.9	Allgemeine Hinweise zur Testtheorie	107
6.10	p -Werte	108
	Aufgaben	109
§ 7	Erzeugende Funktionen	110
	Verzweigungsprozesse	114
	Aufgaben	116
§ 8	Entropie und Kodierung	118
8.1	Der Quellen-Kodierungssatz	119
8.2	Anwendung auf mehrstufige Zufallsexperimente	122
	Aufgaben	124
Kapitel II Allgemeine Modelle		125
§ 9	Wahrscheinlichkeitsmaße mit Dichten	125
9.1	σ -Algebren und allgemeine Wahrscheinlichkeitsmaße	125
9.2	Beispiele von Verteilungen mit Dichten	129
	Anhang	134
	Aufgaben	135
§ 10	Zufallsvariable und ihre Momente	136
10.1	Meßbare Funktionen	136
10.2	Verteilungen von Zufallsvariablen	138
10.3	Unabhängigkeit	139
10.4	Erwartungswerte	142
	Aufgaben	144
§ 11	Grenzwertsätze	145
11.1	Das starke Gesetz der großen Zahl	145
11.2	Normale Zahlen	149
11.3	Der zentrale Grenzwertsatz	151
	Anhang	155
	Aufgaben	155

§ 12	Schätzverfahren und Fehlerrechnung	157
12.1	Maximum-Likelihood-Schätzungen bei Dichten	157
12.2	Konfidenzintervalle	159
12.3	Das Fehlerfortpflanzungsgesetz	160
12.4	Die Methode der kleinsten Quadrate	161
12.5	Median, Ausreißer und Robuste Schätzer	163
Anhang		166
Aufgaben		167
§ 13	Einige wichtige Testverfahren	168
13.1	Der t -Test	168
13.2	Einfache Varianzanalyse	174
13.3	χ^2 -Tests	176
13.4	Nichtparametrische Tests	181
Anhang		182
Aufgaben		184
Kapitel III	Markoffsche Ketten	187
§ 14	Die Markoffsche Eigenschaft	187
14.1	Definition und Beispiele	187
14.2	Einfache Folgerungen aus der Markoffschen Eigenschaft	189
14.3	Stationäre Übergangswahrscheinlichkeiten	190
14.4	Absorptionswahrscheinlichkeiten	192
14.5	Absorptionsverteilungen	194
Aufgaben		196
§ 15	Das Verhalten Markoffscher Ketten in langen Zeiträumen	197
15.1	Ketten mit endlich vielen Zuständen	197
15.2	Kommunizierende Zustände und Periodizität	200
15.3	Rekurrenz und Transienz	202
Anhang		208
Aufgaben		208
§ 16	Der Erneuerungssatz	210
16.1	Die Erneuerungsgleichung	210
16.2	Anwendung auf Übergangswahrscheinlichkeiten	213
16.3	Bestimmung der m_{ii}	215
Aufgaben		219
§ 17	Der Poisson-Prozeß	220
17.1	Charakterisierung des Poisson-Prozesses	220
17.2	Sprungzeiten beim Poisson-Prozeß	222
Aufgaben		226
Hinweise zum Weiterlesen		227
Literaturverzeichnis		228
Tabellen		231
Symbolverzeichnis		236
Namen- und Sachwortverzeichnis		237