

Wilfried B. Krätzig · Udo Wittek ·
Reinhard Harte · Konstantin Meskouris

Tragwerke 1

Theorie und Berechnungsmethoden
statisch bestimmter Stabtragwerke

Vierte Auflage

Mit 66 Tafeln und 126 Abbildungen



Springer

Inhaltsverzeichnis

Verzeichnis häufig vorkommender Symbole	XIII
1 Einführung	1
1.1 Die Statik als Teilgebiet der Mechanik und des Konstruktiven Ingenieurbaus	1
1.2 Idealisierte Tragelemente	2
1.3 Aufgabenstellung, Modellbildung und Methodik	4
2 Einführung in die Statik des Stabkontinuums	8
2.1 Das Gleichgewichtsproblem	8
2.1.1 Kräfte, Kräftesysteme und Gleichgewicht	8
2.1.2 Äußere Kraftgrößen	12
2.1.3 Innere Kraftgrößen	15
2.1.4 Gleichgewicht eines ebenen, geraden Stabelementes	18
2.1.5 Integration der Gleichgewichtsbedingungen	20
2.1.6 Beispiel: Anwendung der Übertragungsgleichungen	25
2.2 Das kinematische Problem	25
2.2.1 Mechanische Arbeit und Formänderungsarbeit	25
2.2.2 Äußere Weggrößen	28
2.2.3 Innere Weggrößen	29
2.2.4 Lineare und nichtlineare Theorien in der Statik	33
2.2.5 Kinematik eines ebenen, geraden Stabelementes	36
2.2.6 Normalenhypothese	37
2.2.7 Starrkörperdeformationen	38
2.3 Die Werkstoffgesetze	40
2.3.1 Wirkliches, zeitunabhängiges Kraft-Verformungsverhalten	40
2.3.2 Linear elastisches Werkstoffverhalten	42
2.3.3 Zeitabhängiges Kraft-Verformungsverhalten	44
2.3.4 Elastizitätsgesetz eines ebenen, geraden Stabelementes	45

2.3.5 Kriech- und Schwindverformungen	48
2.3.6 Temperaturverformungen	48
2.4 Struktur und Grundgleichungen der Stabtheorie	50
2.4.1 Zustandsgrößen	50
2.4.2 Strukturschema ebener, gerader Stabkontinua	50
2.4.3 Normalentheorie ebener, gerader Stabkontinua	52
2.4.4 Formänderungsarbeits-Funktionale	55
3 Das Tragwerksmodell der Statik der Tragwerke	58
3.1 Konstruktionselemente	58
3.1.1 Vom Bauwerk zur Tragstruktur	58
3.1.2 Stabelemente	59
3.1.3 Stützungen und Lager	60
3.1.4 Knotenpunkte und Anschlüsse	62
3.2 Aufbau von Stabtragwerken	63
3.2.1 Räumliche und ebene Tragstrukturen	63
3.2.2 Typen ebener Stabtragwerke	65
3.2.3 Beschreibung der Tragstruktur	65
3.3 Topologische Eigenschaften der Tragstrukturen	68
3.3.1 Knotengleichgewichtsbedingungen und Nebenbedingungen	68
3.3.2 Quadratische Form von g^* : Abzählkriterien	71
3.3.3 Aufbaukriterien	73
3.3.4 Innere und äußere statisch unbestimmte Bindungen	77
3.3.5 Ausnahmefall der Statik	78
4 Allgemeine Methoden der Kraftgrößenermittlung statisch bestimmter Tragwerke	82
4.1 Methode der Komponentengleichgewichtsbedingungen	82
4.1.1 Grundsätzliches	82
4.1.2 Gleichgewicht an Teilsystemen	83
4.1.3 Beispiel: Ebener Fachwerk-Kragträger	86
4.1.4 Beispiel: Ebenes Rahmentragwerk	89
4.1.5 Beispiel: Räumliches Rahmentragwerk	91
4.1.6 Gleichgewicht an Tragwerksknoten	93
4.1.7 Beispiel: Ebener Fachwerk-Kragträger	100
4.1.8 Beispiel: Ebenes Rahmentragwerk	100
4.1.9 Beispiel: Räumliches Rahmentragwerk	102

4.2	Kinematische Methode	108
4.2.1	Grundbegriffe der Kinematik starrer Scheiben	108
4.2.2	Kinematik der Einzelscheibe	112
4.2.3	Zwangsläufe kinematische Ketten	114
4.2.4	Beispiele für Polpläne und Verschiebungsfiguren	117
4.2.5	Ausnahmefall der Statik	119
4.2.6	Das Prinzip der virtuellen Verrückungen starrer Scheiben	122
4.2.7	Kraftgrößenbestimmung auf der Grundlage des Prinzips der virtuellen Verrückungen	124
4.2.8	Beispiele zur kinematischen Kraftgrößenermittlung	125
5	Schnittgrößen und Schnittgrößen-Zustandslinien	130
5.1	Allgemeine Eigenschaften	130
5.1.1	Definition und Darstellung von Zustandslinien	130
5.1.2	Charakteristische Merkmale von Zustandslinien	131
5.1.3	Beispiel: Schnittgrößen-Zustandslinien eines Gelenkträgers	133
5.1.4	Ausnutzung von Symmetrieeigenschaften	134
5.2	Gelenkträger	135
5.2.1	Tragwerksaufbau	135
5.2.2	Übersicht über die Berechnungsverfahren	138
5.2.3	Beispiel zum Verfahren der Gleichgewichts- und Nebenbedingungen	138
5.2.4	Beispiel zum Verfahren der Gelenkkräfte	139
5.3	Gelenkrahmen und Gelenkbogen	141
5.3.1	Tragwerksaufbau	141
5.3.2	Berechnungsverfahren	143
5.3.3	Zwei Beispiele	145
5.3.4	Stützlinie und Seileck	145
5.3.5	Räumliche Rahmentragwerke	149
5.4	Verstärkte Balken mit Zwischengelenk	150
5.4.1	Tragwerksaufbau	150
5.4.2	Berechnungsverfahren	152
5.4.3	Beispiel: LANGERSCHER Balken	155
5.5	Ebene und räumliche Fachwerke	156
5.5.1	Tragverhalten	156
5.5.2	Tragwerksaufbau	158
5.5.3	Berechnungsverfahren für statisch bestimmte Fachwerke	162
5.5.4	Verfahren der Knotengleichgewichtsbedingungen	163
5.5.5	Kräfteplan nach L. CREMONA	165
5.5.6	Schnittverfahren nach A. RITTER	169

6 Kraftgrößen-Einfluslinien	173
6.1 Allgemeine Eigenschaften	173
6.1.1 Definition und Darstellung von Einflußlinien	173
6.1.2 Auswertung von Einflußlinien	174
6.2 Ermittlung von Kraftgrößen-Einfluslinien mittels Gleichgewichtsbedingungen	176
6.2.1 Vorgehensweise	176
6.2.2 Beispiel: Kragarmträger	177
6.2.3 Indirekte Lasteintragung	179
6.3 Kinematische Ermittlung von Kraftgrößen-Einfluslinien	180
6.3.1 Vorgehensweise	180
6.3.2 Beispiel: Kragarmträger	181
6.3.3 Charakteristische Eigenschaften von Kraftgrößen- Einflußlinien	184
6.4 Kraftgrößen-Einfluslinien verschiedener Stabtragwerke	184
6.4.1 Gelenkträger	184
6.4.2 Dreigelenkbogen und Gelenkrahmen	186
6.4.3 Fachwerke	186
6.4.4 Räumliche Rahmentragwerke	188
7 Formänderungsarbeit	193
7.1 Eigenschaften der Formänderungsarbeit	193
7.1.1 Wiederholung der Definition	193
7.1.2 Herleitung der Formänderungsarbeit für ebene, gerade Stabkontinua	194
7.1.3 Eigenarbeit oder aktive Arbeit	197
7.1.4 Verschiebungsarbeit oder passive Arbeit	200
7.1.5 Zusammenfassung und Verallgemeinerung	203
7.2 Energieaussagen	204
7.2.1 Energiesatz der Mechanik	204
7.2.2 Prinzip der virtuellen Arbeiten	206
7.2.3 Satz von CASTIGLIANO: Vom Differentialquotienten der Eigenarbeit	208
7.2.4 Satz von BETTI: Von der Gegenseitigkeit der Verschiebungsarbeit	210
7.2.5 Satz von MAXWELL: Von der Vertauschbarkeit der Indizes	212
7.2.6 Einflußlinien für äußere Weggrößen	214

8 Verformungen einzelner Tragwerkspunkte	216
8.1 Grundlagen der Verformungsberechnung	216
8.1.1 Aufgabenstellung	216
8.1.2 Verformungsermittlung unter Anwendung der Verschiebungsarbeit	217
8.1.3 Beanspruchungsursachen	218
8.1.4 Satz der Verschiebungsarbeit	221
8.1.5 Verwendung der Eigenarbeit	223
8.2 Weggrößenbestimmung aus der Verschiebungsarbeit	224
8.2.1 Vereinfachung der Grundgleichungen	224
8.2.2 Grundfälle der Verformungsberechnung	226
8.2.3 Berechnung der Formänderungsarbeitsintegrale	228
8.2.4 Methodisches Vorgehen	230
8.3 Beispiele	232
8.3.1 Endverformung eines ebenen Kragarms	232
8.3.2 Ebener Fachwerk-Kragträger	234
8.3.3 Ebenes Rahmentragwerk	234
8.3.4 Räumliches Rahmentragwerk	238
9 Biegelinien und Verformungslinien	241
9.1 Das Randwertproblem der Normalentheorie	241
9.1.1 Begriffe und Aufgabenstellung	241
9.1.2 Differentialgleichungen ebener, gerader Stabelemente	241
9.1.3 Einschluß nichtelastischer Deformationen	244
9.1.4 Einfluß von Querkraftdeformationen	245
9.1.5 Differentialgleichungen räumlicher, ebener Stabelemente	247
9.2 Integrationsverfahren	247
9.2.1 Analytische Integration	247
9.2.2 Beispiele zur analytischen Integration	249
9.2.3 Das Verfahren der ω -Funktionen	250
9.2.4 Beispiel zur Anwendung der ω -Funktionen	260
9.2.5 Das Verfahren von O. MOHR	262
9.2.6 Beispiel zum Verfahren von O. MOHR	265
Anhang	266
Literatur	283
Namenverzeichnis	286
Sachverzeichnis	287