

Schätz- und Testmethoden für Sozialwissenschaftler

von

Dr. Eberhard Schaich
o. Professor für Statistik
an der Universität Regensburg



Verlag Franz Vahlen München 1977

Inhaltsverzeichnis

§ 0 Grundvorstellungen und Grundbegriffe	1
0.1. Einführende Beispiele	1
0.2. „Statistik“, insbesondere im Bereich der Sozialwissenschaften	2
0.3. Statistische Variablen und deren Skalierung	3
0.4. Meßprobleme	6
0.5. Objektivität, Reliabilität (Zuverlässigkeit) und Validität (Gültigkeit) von Meßverfahren	7
0.6. Stichproben und Grundgesamtheiten; beschreibende und inferentielle Statistik	8
§ 1 Empirische ein- und mehrdimensionale Häufigkeitsverteilungen und deren Kennzeichnung	10
1.1. Empirische eindimensionale Häufigkeitsverteilungen nominal und ordinal skaliertter Variabler	10
1.1.1. Definitionen und Einführung einer Symbolik	10
1.1.2. Einige Methoden der graphischen Präsentation eindimensionaler Häufigkeitsverteilungen bei nominal und ordinal skalierten Variablen	12
1.2. Empirische eindimensionale Häufigkeitsverteilungen metrischer Variabler	14
1.2.1. Die Gewinnung einer Häufigkeitsverteilung aus der Urliste durch Bildung von Klassen	14
1.2.2. Säulendiagramme zur Veranschaulichung empirischer Häufigkeitsverteilungen metrischer Variabler	17
1.2.3. Summenfunktionen aus Urlisten und Häufigkeitsverteilungen	19
1.2.4. Typologie empirischer eindimensionaler Verteilungen	23
1.3. Empirische mehrdimensionale, insbesondere zweidimensionale Häufigkeitsverteilungen nominal und ordinal skaliertter Variabler	25
1.3.1. Zwei beteiligte Variablen	25
1.3.2. Drei und mehr beteiligte Variablen	27
1.4. Empirische mehrdimensionale Häufigkeitsverteilungen metrischer Variabler	29
1.4.1. Die Gewinnung einer zweidimensionalen Häufigkeitsverteilung aus einer Urliste von Wertepaaren	29
1.4.2. Säulendiagramme zur Veranschaulichung verbundener Häufigkeitsverteilungen metrischer Variabler	31
1.4.3. Summenfunktionen aus Urlisten von Wertepaaren	32
1.5. Kennwerte für die Lokalisation empirischer Häufigkeitsverteilungen: Mittelwerte	33
1.5.1. Der Häufigste Wert (Dichteste Wert; Modus)	33
1.5.2. Zentralwert (Median) und Quantile	34
1.5.3. Das arithmetische Mittel	39
1.5.4. Das geometrische Mittel	41

1.5.5. Das harmonische Mittel	42
1.5.6. Vergleichende Betrachtung einiger Mittelwerte	42
§ 1.6. Kennwerte für die Variabilität empirischer Häufigkeitsverteilungen: Streuungsmaße	44
1.6.1. Die Spannweite	45
1.6.2. Der mittlere Quartilsabstand	45
1.6.3. Die mittlere lineare Abweichung	46
1.6.4. Die Varianz, die Standardabweichung und der Variationskoeffizient	46
1.7. Transformationen von Variablenwerten, insbesondere Standardisierung	50
1.7.1. Merkmalstransformationen	50
1.7.2. Auswirkungen von Merkmalstransformationen auf Mittelwerte	51
1.7.3. Auswirkungen von linearen Merkmalstransformationen auf Streuungsmaße	52
1.7.4. Standardisierung	53
1.8. Kovarianz und Bravais-Pearson'scher Korrelationskoeffizient	54
1.8.1. Definitionen	54
1.8.2. Einige Eigenschaften des Korrelationskoeffizienten	57
1.9. Übungen	58
§ 2 Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung	63
2.1. Zufallsvorgänge	63
2.2. Wahrscheinlichkeiten	65
2.3. Bedingte Wahrscheinlichkeiten und stochastische Unabhängigkeit von Ereignissen	71
2.4. Die beiden einfachen Urnenmodelle	76
2.4.1. Das Einfache Urnenmodell mit Zurücklegen	76
2.4.2. Das Einfache Urnenmodell ohne Zurücklegen	78
2.5. Übungen	80
§ 3 Zufallsvariablen und theoretische Verteilungen	83
3.1. Eindimensionale Zufallsvariablen und theoretische Verteilungen	83
3.1.1. Definition einer eindimensionalen Zufallsvariablen	83
3.1.2. Die Verteilungsfunktion einer Zufallsvariablen	85
3.1.3. Diskrete und stetige Zufallsvariablen	86
3.1.4. Funktionen, insbesondere lineare Funktionen von Zufallsvariablen	91
3.1.5. Erwartungswert, Varianz und sonstige Momente einer Zufallsvariablen	93
3.1.6. Quantile von stetigen Verteilungen	95
3.1.7. Die Theoreme von Markov und Bienaymé-Tschebyschev	96
3.2. Einige spezielle diskrete theoretische Verteilungen	99
3.2.1. Die Binomialverteilung	99
3.2.2. Die hypergeometrische Verteilung	100
3.2.3. Die Poisson-Verteilung	102

3.2.4. Vergleich von Binomial-, hypergeometrischer und Poisson-Verteilung	103
x 3.3. Die Normalverteilung	105
3.4. Möglichkeiten der Approximation diskreter theoretischer Verteilungen durch die Normalverteilung	110
3.4.1. Grundsätzliche Bemerkungen	110
3.4.2. Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung	110
3.4.3. Approximation der hypergeometrischen Verteilung durch die Normalverteilung	112
3.4.4. Approximation der Poisson-Verteilung durch die Normalverteilung	113
3.4.5. Schematische Übersicht über Approximationsmöglichkeiten	113
3.5. Mehrdimensionale Zufallsvariablen und theoretische Verteilungen	114
3.5.1. Definition einer mehrdimensionalen Zufallsvariablen	114
3.5.2. Die Verteilungsfunktion eines Zufallsvektors	115
3.5.3. Wahrscheinlichkeits- und Dichtefunktion mehrdimensionaler, insbesondere zweidimensionaler Zufallsvariabler	116
3.5.4. Eindimensionale Funktionen n-dimensionaler Zufallsvariabler	120
3.5.5. Stochastisch unabhängige Zufallsvariablen	122
3.5.6. Die Kovarianz zweier Zufallsvariabler	125
3.5.7. Erwartungswert und Varianz von Linearkombinationen von Zufallsvariablen	127
3.5.8. Der Korrelationskoeffizient zweier Zufallsvariabler	128
3.6. Spezielle eindimensionale Funktionen mehrerer Zufallsvariabler	129
3.6.1. Eindimensionale lineare Funktionen mehrerer stochastisch unabhängiger normalverteilter Zufallsvariabler	129
3.6.2. Die Stichprobenverteilungen	130
3.7. Varianten des Zentralen Grenzwertsatzes	136
3.8. Einige spezielle mehrdimensionale Verteilungen	138
3.8.1. Die Multinomialverteilung	138
3.8.2. Die verallgemeinerte hypergeometrische Verteilung	138
3.8.3. Die mehrdimensionale, insbesondere zweidimensionale Normalverteilung	139
3.9. Übungen	140
§ 4 Zufallsstichproben	147
4.1. Zur Repräsentativität von Stichproben	147
4.2. Uneingeschränkte Zufallsstichproben	148
4.2.1. Symbole und Definitionen	148
4.2.2. Kennzeichnung uneingeschränkter Zufallsstichproben	149
4.2.3. Technische Verfahren zur Gewinnung uneingeschränkter Zufallsstichproben aus endlichen Grundgesamtheiten	151
4.2.4. Die Konzeption von n unabhängigen Realisierungen einer Variablen als uneingeschränkte Zufallsstichprobe	155
4.3. Übersicht über Höhere Stichprobenverfahren	156

X Inhaltsverzeichnis

4.4. Inferentielle Grundkonzeption von Stichprobenbefunden	158
4.4.1. Stichprobenvariablen und Stichprobenfunktionen	158
4.4.2. Erwartungswert und Varianz einiger wichtiger Stichprobenfunktionen	158
4.5. Übungen	161
§ 5 Punktschätzung	163
5.1. Einige wünschenswerte Eigenschaften von Schätzfunktionen	163
5.1.1. Erwartungstreue Schätzfunktionen	164
5.1.2. Effiziente Schätzfunktionen	165
5.1.3. Konsistente Schätzfunktionen	165
5.2. Die Maximum-Likelihood-Methode als Beispiel einer Methode zur Konstruktion von Schätzfunktionen	166
5.3. Übungen	169
§ 6 Intervallschätzung	171
× 6.1. Der Grundgedanke der Konfidenzschätzung	171
6.2. Konfidenzintervalle für den Erwartungswert normalverteilter Variabler	173
6.2.1. Ein Konfidenzintervall für den Erwartungswert bei bekannter Varianz	173
6.2.2. Ein Konfidenzintervall für den Erwartungswert bei unbekannter Varianz	175
6.3. Ein Konfidenzintervall für die Varianz einer normalverteilten Variablen	176
6.4. Ein Konfidenzintervall für den Erwartungswert einer beliebig verteilten Variablen	177
6.5. Konfidenzintervalle für den Anteilswert einer Sorte von Elementen	178
6.6. Konfidenzintervalle bei Stichproben ohne Zurücklegen aus endlichen Grundgesamtheiten	180
6.7. Übungen	181
§ 7 Einführung in die statistische Prüfung von Hypothesen	182
7.1. Statistische Hypothesen und Teste	182
7.1.1. Beispiele typischer Prüfsituationen	182
7.1.2. Definition und Klassifikationen von Hypothesen und Testen	184
7.2. Die grundsätzliche Vorgehensweise bei der Hypothesenprüfung	186
7.3. Fehler erster und zweiter Art; Powerfunktion und Operationscharakteristik eines Tests (Parameterhypothesen)	188
7.4. Einseitige Fragestellungen	190
7.5. Übungen	192
§ 8 Ausgewählte verteilungsgēbundene Standardteste im Ein-Stichproben-Fall	194
8.1. Allgemeine Vorbemerkungen	194
8.2. Prüfung von Erwartungswerten (Durchschnitten)	194
8.2.1. Exakte Verfahren mit Normalitātsvoraussetzung	194

8.2.2. Approximative Verfahren unter Verwendung der Normalverteilung als Prüfverteilung	195
8.3. Prüfung von Anteilswerten bei dichotomer Grundgesamtheit	197
8.3.1. Exaktes Verfahren ohne spezielle Voraussetzungen	197
8.3.2. Näherungsverfahren unter Verwendung der Normalverteilung	199
8.4. Prüfung von Varianzen	201
8.5. Übungen	202
§ 9 Ausgewählte (meist) verteilungsgebundene Standardteste im Zwei-Stichproben-Fall	205
9.1. Zwei verbundene Stichproben	205
9.1.1. Vergleich der Erwartungswerte zweier metrischer Variabler	205
9.1.2. Vergleich der Anteilswerte zweier dichotomer Variabler bei verbundenen Stichproben (der Test von McNemar)	207
9.2. Zwei unabhängige Stichproben	209
9.2.1. Vergleich von Erwartungswerten bei zwei unabhängigen Stichproben	209
9.2.2. Vergleich von Anteilswerten bei zwei unabhängigen Stichproben	213
9.2.3. Vergleich von Varianzen bei zwei unabhängigen Stichproben	215
9.3. Übungen	216
§ 10 Einige Anpassungsteste	219
10.1. Anpassungsteste im Ein-Stichproben-Fall	219
10.1.1. Der Kolmogorov-Smirnov-Test	219
10.1.2. Der χ^2 -Test zur Prüfung einer Hypothese über die Verteilung einer Variablen	221
10.1.3. Der χ^2 -Test zur Prüfung der Unabhängigkeit zweier Variabler	226
10.2. Anpassungsteste im Zwei-Stichproben-Fall bei unabhängigen Stichproben	229
10.2.1. Fishers Exact Probability Test	229
× 10.2.2. Der Kolmogorov-Smirnov-Test	233
10.2.3. Der χ^2 -Test zum Vergleich zweier Verteilungen	235
10.3. Übungen	236
§ 11 Einige weitere verteilungsfreie Prüfverfahren	240
11.1. Ein Run-Test zur Prüfung der Zufälligkeit einer Stichprobe	240
11.2. Prüfung von Quantilen, insbesondere des Medians, im Ein-Stichproben-Fall	244
11.2.1. Der Vorzeichentest	244
11.2.2. Der Vorzeichen-Rang-Test von Wilcoxon zur Prüfung des Medians einer symmetrischen Verteilung	245
11.3. Vergleich der Lokalisationen zweier Variabler (unabhängige Stichproben): Der Wilcoxon-Mann-Whitney-Test	248
11.4. Einige Bemerkungen zur Frage: Verteilungsgebundene oder verteilungsfreie Tests	252
11.5. Übungen	253

§ 12 Regressionsanalyse, insbesondere lineare Einfachregression	255
12.1. Grundvorstellungen der Regressionsanalyse	255
12.1.1. Einige Veranschaulichungsbeispiele	255
12.1.2. Probleme der Präzisierung eines Regressionsansatzes	257
12.1.3. Die Störkomponente	258
12.2. Die Bestimmung einer Regressionsgeraden aus einem Stichprobenbefund nach der Methode der kleinsten Quadrate	258
12.3. Inferentiell-statistische Eigenschaften der Kleinste-Quadrate-Regressionsgeraden unter den Voraussetzungen des klassischen Regressionsmodells	261
12.3.1. Das Annahmensystem des klassischen Regressionsmodells bei Einfachregression	262
12.3.2. Eigenschaften der Kleinste-Quadrate-Regressionsgeraden im Sinne der Punktschätzung	264
12.3.3. Intervallschätzung bei Kleinste-Quadrate-Regressionsgeraden	265
12.3.4. Prüfung von Hypothesen bei Kleinste-Quadrate-Regressionsgeraden	271
12.4. Ergänzende Bemerkungen zur Regressionsanalyse	274
12.4.1. Nichtlineare Strukturbeziehungen bei Einfachregressionen	274
12.4.2. Lineare Mehrfachregressionsansätze	277
12.4.3. Zur Problematik der Modellannahmen	277
12.5. Übungen	278
§ 13 Maßkorrelationsanalyse	280
13.1. Eigenschaften des Bravais-Pearson'schen Korrelationskoeffizienten im Sinne der Punktschätzung	280
13.2. Die Prüfung von Hypothesen über Werte des Maßkorrelationskoeffizienten	281
13.3. Übungen	282
§ 14 Rangkorrelationsanalyse	284
14.1. Der Spearman-Pearson'sche Rangkorrelationskoeffizient	284
14.1.1. Definition und einfache algebraische Eigenschaften	284
14.1.2. Prüfung auf Unabhängigkeit mittels des Spearman-Pearson'schen Rangkorrelationskoeffizienten	286
14.2. Der Rangkorrelationskoeffizient von Kendall	288
14.2.1. Die Definition des Rangkorrelationskoeffizienten von Kendall für die Grundgesamtheit	288
14.2.2. Der Rangkorrelationskoeffizient von Kendall für die Stichprobe	289
14.2.3. Prüfung auf Unabhängigkeit mittels des Kendall'schen Rangkorrelationskoeffizienten	291
14.3. Übungen	292

Anhang 1: Summen- und Produktoperator	293
A 1.1. Einfache Summen	293
A 1.2. Doppelsummen	294
A 1.3. Einfache Produkte	295
A 1.4. Übungen	296
Anhang 2: Mengenlehre	299
A 2.1. Definition einer Menge	299
A 2.2. Teilmengen einer Menge	300
A 2.3. Die leere Menge	301
A 2.4. Das Komplement einer Menge	301
A 2.5. Der Durchschnitt von Mengen	302
A 2.6. Die Vereinigung von Mengen	303
A 2.7. Rechenregeln für Komplemente, Durchschnitte und Vereinigungen von Mengen	304
A 2.8. Potenzmengen	306
A 2.9. Kartesische Produktmengen	306
A 2.10. Die Anzahl der Elemente endlicher Mengen	307
A 2.11. Unendliche Mengen	307
A 2.12. Übungen	308
Anhang 3: Abbildungen (Funktionen; Transformationen)	309
A 3.1. Grundlegende Definitionen	309
A 3.2. Spezielle Transformationen	311
A 3.3. Übungen	312
Anhang 4: Einführung in die Kombinatorik	313
A 4.1. Fakultäten und Binomialkoeffizienten	313
A 4.2. Einige einfache kombinatorische Fragestellungen	314
A 4.3. Übungen	316
Tabellen	319
Literaturverzeichnis	335
Personen- und Sachregister	337