

DR. JÓZSEF VARGA

PRAKTISCHE OPTIMIERUNG

VERFAHREN UND ANWENDUNGEN DER LINEAREN
UND NICHTLINEAREN OPTIMIERUNG

MIT 34 ABBILDUNGEN

R. Oldenbourg Verlag München Wien 1974



INHALTSVERZEICHNIS

Vorwort	11
Bezeichnungen	13
Einleitung	15
Kapitel 1	
Die äquivalenten Formen der linearen Modelle	19
1. <i>Primalformen</i>	20
1.1. Standardform	20
1.2. Kanonische Form	21
1.3. Maximumaufgabe	22
1.4. Modifizierte Maximumaufgabe	23
1.5. Minimumaufgabe	23
1.6. Modifizierte Minimumaufgabe	24
1.7. Normalaufgabe	24
1.8. Modifizierte Normalaufgabe	25
1.9. Die allgemeine Aufgabe	25
2. <i>Dualformen</i>	27
2.1. Die mit der Primalaufgabe äquivalenten Dualformen	27
2.2. Die mit der Primalaufgabe nicht äquivalenten Dualformen	29
3. <i>Aufgaben</i>	30
Kapitel 2	
Die graphische Lösung von linearen Modellen	35
1. <i>Die graphische Bestimmung der Menge der Lösungen eines Systems von Ungleichungen</i>	35
2. <i>Die graphische Bestimmung der optimalen Lösung</i>	36
3. <i>Aufgaben</i>	37
Kapitel 3	
Numerische Methoden zur Bestimmung der optimalen Lösung von linearen Modellen	41
1. <i>Primaltransformationen</i>	42
2. <i>Dualtransformationen</i>	44
3. <i>Dualitätssatz</i>	45
4. <i>Simplexmethoden</i>	48
Kapitel 4	
Primale Simplexmethode	49
1. <i>Die Lösung der Normalaufgabe</i>	49

1.1.	Alternative Optimallösungen der Normalaufgabe	51
1.2.	Wann gibt es kein Entscheidungsproblem?	52
1.3.	Die Bestimmung des Zielwertes	53
1.4.	Der Fall einer nicht beschränkten Zielfunktion	53
1.5.	Die Kontrolle der Optimallösung	54
1.6.	Die Lösung im Falle einer dualen Normalaufgabe	56
1.7.	Der Entartungsfall	57
1.8.	Aufgaben	60
2.	<i>Die Lösung der modifizierten Normalaufgabe</i>	61
2.1.	Die Sicherung der Kriterien der primalen Simplexmethode	62
2.2.	Wann existiert keine optimale Lösung?	64
2.3.	Aufgaben	65
3.	<i>Die Lösung der allgemeinen Aufgabe</i>	66
3.1.	Aufgaben	69

Kapitel 5

Die duale Simplexmethode 71

1.	<i>Die Lösung der Minimumaufgabe</i>	71
1.1.	Die Herstellung von Alternativlösungen der Dualaufgabe	74
1.2.	Der Fall einer unbeschränkten dualen Zielfunktion	75
1.3.	Aufgaben	76
2.	<i>Die Lösung der modifizierten Minimumaufgabe</i>	76
2.1.	Aufgaben	79

Kapitel 6

Die Mischung von Simplexmethode 81

1.	<i>Die Lösungsmöglichkeiten der Maximumaufgabe</i>	81
2.	<i>Die Lösungsmöglichkeiten der modifizierten Maximumaufgabe</i>	83
3.	<i>Die Bestimmung der alternativen Optimallösungen</i>	84
4.	Aufgaben	85

Kapitel 7

Modifizierte primale und duale Simplexmethode 87

1.	<i>Die Maximumaufgabe</i>	87
2.	<i>Die modifizierte Maximumaufgabe</i>	93
3.	<i>Die Abänderung der Modelle</i>	95
3.1.	Die Lösung bei veränderter Kapazität	95
3.2.	Die Lösung bei veränderter Zielfunktion	97
3.3.	Die Lösung bei neu eingeführten ergänzenden Variablen	98
3.4.	Die Lösung bei neu eingeführten ergänzenden Bedingungen	100
4.	Aufgaben	103

Kapitel 8

Modelle mit beschränkten Variablen 107

1.	<i>Das Einhalten der unteren Schranken der Variablen</i>	107
----	--	-----

2.	Primale Simplexmethode mit oberen Schranken der Variablen	108
3.	Beiderseitige Schranken der Variablen	113
4.	Aufgaben	115

Kapitel 9

Die Optimierung von einparametrischen linearen Modellen		117
1.	Die Behandlung der parametrischen primalen Zielfunktion	118
1.1.	Der Fall eines einzigen charakteristischen Intervalls	120
1.2.	Der Fall mehrerer charakteristischer Intervalle mit Entartung	121
1.3.	Aufgaben	123
2.	Die Behandlung der parametrischen dualen Zielfunktion	125
2.1.	Optimierung im Falle einer Maximumaufgabe	125
2.2.	Optimierung im Falle einer modifizierten Maximumaufgabe	126
2.3.	Aufgaben	128

Kapitel 10

Schattenpreise		131
1.	Dekompositionsmethode	133
1.1.	Aufgaben	138
2.	Die Bestimmung der Selbstkosten oder der Preise von Zwillingprodukten	141
2.1.	Aufgabe	142

Kapitel 11

Die Lösung nichtlinearer Modelle mit der Simplexmethode		145
1.	Ganzzahlige Optimierung	145
1.1.	Die Erfüllung der Ganzzahligkeit mit einer einzigen Schnittbedingung ...	147
1.2.	Der Fall mehrerer Iterationen	148
1.3.	Aufgaben	150
2.	Hyperbolische Optimierung	154
2.1.	Die Lösung der Normalaufgabe	155
2.2.	Die Lösung der modifizierten Normalaufgabe	157
2.3.	Die Lösung der Minimaufgabe	159
2.4.	Aufgaben	159
3.	Konvexe Optimierung	161
3.1.	Optimierung im Falle einer konvexen Zielfunktion	163
3.2.	Optimierung im Falle einer von oben konvexen Zielfunktion	164
3.3.	Aufgaben	165

Kapitel 12

Die Lösung von Verteilungsproblemen mit der Distributionsmethode		167
1.	Anfangstableau zur Distributionsmethode	169
1.1.	Die Rückführung von Verteilungsproblemen auf die Distributionsform ..	170
1.2.	Verbotstarife	172
1.3.	Modifizierte Maximumaufgabe	174

8 Inhaltsverzeichnis

1.4.	Aufgaben	175
2.	<i>Die Herstellung einer zulässigen Basislösung</i>	176
2.1.	Die »Nordwest-Ecken«-Methode	177
2.2.	Die »Zeilen- und Spaltenminimum«-Methode	178
2.3.	Die »Vogel—Korda«-Methode	179
2.4.	Die »Habr«-Methode	180
2.5.	Aufgaben	182
3.	<i>Die Bestimmung einer Optimallösung mit der Distributionsmethode</i>	183
3.1.	Alternative Optimallösungen	187
3.2.	Der Fall von nicht beschränkten Zielfunktionen	188
3.3.	Entartung	188
3.4.	Die Freimachung einer gebundenen Stelle mit Verbotstarifen	189
3.5.	Die Optimierung der modifizierten Maximumaufgabe	189
3.6.	Aufgaben	190
4.	<i>Distributionsmethode mit oberen Schranken</i>	193
4.1.	Aufgaben	199

Kapitel 13

Produktions- und Verteilungsaufgaben 203

1.	<i>Einstufige Produktions- und Verteilungsaufgabe</i>	203
1.1.	Optimaler Kapazitätserweiterungsplan	205
2.	<i>Zweistufiges Verteilungsproblem</i>	206
2.1.	Optimale Standortbestimmung	210

Kapitel 14

Allgemeine Verteilungsaufgaben 215

1.	<i>Der Fall der Relationen $\leq t_i$ und $= r_j$</i>	216
1.1.	Die Lösung bei einer Maximum-Zielfunktion	223
1.2.	Aufgaben	227
2.	<i>Der Fall der strengen Gleichheit</i>	229
2.1.	Aufgaben	231
3.	<i>Die Lösung von Normalaufgaben</i>	232
3.1.	Aufgaben	233

Kapitel 15

Die »Ungarische Methode« 237

1.	<i>Die Lösung von Zuordnungsproblemen mit der Ungarischen Methode</i>	237
1.1.	Aufgaben	240
2.	<i>Die Lösung von Transportproblemen mit der Ungarischen Methode</i>	241

Kapitel 16

Optimierung an Graphen 245

1.	<i>Das Problem des maximalen Flusses</i>	245
2.	<i>Das Problem des kürzesten Weges</i>	247
3.	Aufgaben	248

Kapitel 17

	Die Methode des kritischen Weges	251
1.	<i>Der Aufbau des Netzwerkes der Vorgänge</i>	251
2.	<i>Vorgangsplan mit Terminen</i>	254
2.1.	Die frühesten Termine	254
2.2.	Die spätesten Termine	255
2.3.	Die Bestimmung des kritischen Weges	256
2.4.	Pufferzeiten zwischen den Terminen	258
2.5.	Die numerische Berechnung der Pufferzeiten	258
3.	<i>Die Verkürzung des Zeitbedarfs der Projektrealisierung</i>	259
4.	<i>Der Arbeitsplan des Ausfühlers</i>	260
5.	<i>Aufgaben</i>	261

Kapitel 18

	Optimierung in der Industrie	263
1.	<i>Optimierung im Unternehmen</i>	264
1.1.	Zweiphasiges Optimieren	264
1.2.	Das Produktionsprogramm eines vertikalen Unternehmens (mit zusammengesetzten Produkten)	266
1.3.	Produktionsprogramm eines Betriebes mit Fließfertigung	267
1.4.	Programm zur Befriedigung einer veränderlichen Nachfrage	268
1.5.	Programm zur Befriedigung einer gegebenen Nachfrage für Zwillingprodukte bei wechselnder Rohstoffqualität	269
2.	<i>Optimierung in der Betriebseinheit</i>	270
2.1.	Programm für die anzuwendenden Technologien	270
2.2.	Programm für Materialzuschnitt	271
2.3.	Programm für die Arbeitsverteilung	272
3.	<i>Ergänzendes Produktionsprogramm</i>	273
3.1.	Programm für Lohnarbeit	273
4.	<i>Optimierung für übergeordnete Organe</i>	274
4.1.	Programm für Rohstoffverteilung	274
4.2.	Programm für die Verteilung von beschränkten Ressourcen	275
4.3.	Investitionsprogramm	277
5.	<i>Aufgaben</i>	279
6.	<i>Die Begründung einer Entscheidung</i>	297

Kapitel 19

	Optimierung in der Landwirtschaft	315
1.	<i>Optimierung in der Großwirtschaft</i>	315
1.1.	Das Jahresanbauprogramm einer Großwirtschaft für Pflanzenanbau	315
1.1.1.	Plan für die Arbeitsorganisation einer Arbeitsperiode	317
1.1.2.	Das technologische Programm einer landwirtschaftlichen Arbeit	318
1.2.	Jahresplan einer Viehwirtschaft	319
1.2.1.	Fütterungsprogramm	320
1.3.	Jahresprogramm einer gemischten Großwirtschaft	320
1.4.	Jahresprogramm einer Großwirtschaft des Gartenbaus	321

1.5.	Anpflanzung von Kulturen mit langer Vegetationszeit	322
2.	<i>Optimierung bei den übergeordneten Organen</i>	325
2.1.	Standortplanung der Lagerräume und der verarbeitenden Industrie	325
2.2.	Regionales Verteilungsprogramm von Produktionszweigen	326
3.	<i>Aufgaben</i>	327
4.	<i>Die Begründung einer Entscheidung</i>	331

Kapitel 20

Optimierung im Handel 339

1.	<i>Programm des Einzelhandelsumsatzes</i>	339
1.1.	Programm für die Gesamtzahl des Personals von Einzelhandelseinheiten	340
1.2.	Menüprogramm für eine Werkküche	341
2.	<i>Standortprogramm eines Großhandelsunternehmens</i>	341
3.	<i>Export- und Importprogramm eines Außenhandelsbetriebes</i>	342
4.	<i>Aufgaben</i>	344

Kapitel 21

Optimierung im Transportwesen 347

1.	<i>Programm für die Einstellung der Transportmittel</i>	347
2.	<i>Transportplanung bei langfristigen Frachtverträgen</i>	348
3.	<i>Verteilung von Personenbeförderungsmitteln zur Durchführung einer bekannten Transportaufgabe</i>	349
4.	<i>Die Begründung einer Entscheidung</i>	349

Kapitel 22

Die Lösungen der Aufgaben 353