

Statistik II für Psychologen, Pädagogen und Sozialwissenschaftler

Als Studienbegleiter, zum Selbststudium
und als Orientierungshilfe in der empirischen Forschung

Von
HANS BARTEL

Unter Mitarbeit von
WILHELM GLASER UND HEINZ-DIETER METZGER



GUSTAV FISCHER VERLAG · STUTTGART
1972

Inhalt

1. Fundamentalbegriffe und Grundfragestellungen	1
1. 1. Fundamentalbegriffe	1
1. 1. 1. Die regelmäßigen (systematischen) Fehler	1
1. 1. 2. Die unregelmäßigen (zufälligen) Fehler	2
1. 1. 3. Population	3
1. 1. 4. Stichprobe	3
1. 2. Grundfragestellungen	3
1. 2. 1. Unterschied Parameter — Statistik	5
1. 2. 2. Schluß von Statistik auf Parameter (Generalisierbarkeit)	5
2. Mathematische Grundlagen für theoretische Verteilungsmodelle	7
2. 1. Mengenlehre.	7
2. 1. 1. Einführung	7
2. 1. 2. Durchschnittsmenge.	7
2. 1. 3. Vereinigungsmenge	8
2. 1. 4. Zusammenstellung	9
2. 2. Kombinatorik	9
2. 2. 1. Permutationen	10
2. 2. 2. Beispiel — Übersichtstabelle	13
2. 2. 3. Formeln zur Kombinatorik	14
2. 2. 4. Variationen	15
2. 2. 5. Kombinationen ohne und mit Wiederholung	17
2. 3. Wahrscheinlichkeitsrechnung.	18
2. 3. 1. Einführung	18
2. 3. 2. Die Gegenwahrscheinlichkeit	19
2. 3. 3. Axiomatischer Aufbau der Wahrscheinlichkeitstheorie	21
2. 3. 4. Zusammengesetzte Wahrscheinlichkeiten:	
Additions- und Multiplikationssatz	21
2. 3. 5. Unbedingte und bedingte Wahrscheinlichkeit	24
2. 3. 6. Die Bayessche Regel.	28
2. 3. 7. Veranschaulichung von Aufgaben und Gesetzen der Wahrscheinlichkeitsrechnung	29
2. 3. 8. Sonderfälle zum Multiplikationssatz	30

2. 4. Die Binomialverteilung	33
2. 4. 1. Herleitung der Newton-Formel	33
2. 4. 2. Numerische Bestimmung von $P_{n,x}(p)$	35
2. 4. 3. Graphische Darstellung und Eigenschaften	37
2. 4. 4. Binomialverteilung und Galtonsches Brett	39
2. 4. 5. Graphische Darstellung von Verteilungen am Galtonbrett	42
2. 4. 6. Mittelwert (Erwartungswert) und Standardabweichung	45
2. 4. 7. Anwendungen der Binomialverteilung	46
2. 4. 8. Wahrscheinlichkeits- und Verteilungsfunktion	47
2. 5. Die Poisson-Verteilung	49
2. 5. 1. Die Poisson-Formel	49
2. 5. 2. Berechnungsverfahren	50
2. 5. 3. Mittelwert und Standardabweichung	52
2. 6. Aufgaben	53
2. 6. 1. Aufgaben zur Mengenlehre	53
2. 6. 2. Aufgaben zur Kombinatorik	54
2. 6. 3. Aufgaben zur Wahrscheinlichkeitsrechnung	57
2. 6. 4. Aufgaben zur Binomialverteilung	60
2. 6. 5. Aufgaben zur Poisson-Verteilung	61
3. Signifikanz und spezielle Prüfverteilungen	62
3. 1. Der Signifikanzbegriff	62
3. 1. 1. Signifikanzprüfung in vier Schritten	63
3. 1. 2. Übliche Signifikanzniveaus	64
3. 1. 3. Wahl des Signifikanzniveaus	65
3. 1. 4. Fehler vom Typ I und Typ II	65
3. 1. 5. Einseitige und zweiseitige Fragestellung	66
3. 1. 6. Freiheitsgrade	68
3. 2. Die Chi-Quadrat-Verteilung	69
3. 2. 1. Herleitung	69
3. 2. 2. Eigenschaften des χ^2 -Tests	70
3. 2. 3. Anwendungsvoraussetzungen	71
3. 2. 4. Rechenschritte anhand eines Beispiels	71
3. 2. 5. Auswertung mit Hilfe der χ^2 -Tabelle	72
3. 3. Unterschiedsprüfung bei Alternativmerkmalen mit dem χ^2 -Test	76
3. 3. 1. Unabhängige Stichproben	76
3. 3. 2. Abhängige Stichproben: Test nach McNemar	78
3. 4. Die t -Verteilung (t -Test)	80
3. 5. Die F -Verteilung (F -Test)	83
3. 6. Aufgaben	86
3. 6. 1. Aufgaben zum Signifikanzbegriff	86
3. 6. 2. Aufgaben zum χ^2 -Test	86
3. 6. 3. Aufgaben zum χ^2 -Test bei Alternativmerkmalen	88

3. 6. 4. Aufgaben zur t - und F -Verteilung	89
4. Herstellung von Stichproben	90
4. 1. Anzahl und Umfang	90
4. 1. 1. Anzahl der Stichproben	90
4. 1. 2. Der Stichprobenumfang	90
4. 1. 3. Bestimmung eines günstigen Stichprobenumfangs	91
4. 2. Auswahlprinzipien	93
4. 2. 1. Die Zufallsstichprobe	93
4. 2. 2. Die organisierte Stichprobe	94
5. Statistische Inferenz (Prüf- und Schätzstatistik)	95
5. 1. Der Stichprobenfehler des Mittelwerts	95
5. 1. 1. Theoretische Grundlegung	95
5. 1. 2. Stichprobenmittelwerte bei bekanntem μ und σ	97
5. 1. 3. Stichprobenmittelwerte bei bekanntem μ	99
5. 1. 4. Der Vertrauensbereich (unbekanntes μ und σ)	100
5. 2. Der Stichprobenfehler von Mittelwertsdifferenzen	103
5. 2. 1. Signifikanzprüfung von Mittelwertsdifferenzen bei zwei unabhängigen Stichproben	103
a) Homogene Varianzen der Stichproben	104
b) Heterogene Varianzen der Stichproben	107
c) Vergleich von Prozentwerten bei zwei unabhängigen Stichproben	110
5. 2. 2. Signifikanzprüfung von Mittelwertsdifferenzen bei zwei abhängigen Stichproben	112
a) Der t -Test für Paardifferenzen	112
b) Der A -Test für Paardifferenzen	113
c) Versuchswiederholung zum Anlegen abhängiger Stichproben	114
d) Parallelstichproben zur Herstellung abhängiger Maßzahlpaare	117
e) Der V -Test (Vorzeichentest für Paardifferenzen)	120
5. 2. 3. Übersicht zu den statistischen Prüfverfahren	124
5. 3. Vergleich der Streuungen zweier Stichproben	125
5. 3. 1. Vorgehen bei unabhängigen Stichproben	125
5. 3. 2. Vergleich von Streuungen abhängiger Stichproben	126
5. 4. Der Stichprobenfehler bei Korrelationskoeffizienten	127
5. 4. 1. Normalverteilte Stichproben-Maßkorrelations- koeffizienten	127
5. 4. 2. Nicht normalverteilte Stichproben-Maßkorrelations- koeffizienten	131
5. 4. 3. Kritische Werte bei Spearmanschen Rangkorrelations- koeffizienten	133

5. 4. 4. Ungeänderte Übertragung der Signifikanzverfahren auf r_{pbi} und r_{bis}	135
5. 4. 5. Änderungen bei der Übertragung der Signifikanzverfahren auf die übrigen Korrelationskoeffizienten	135
5. 5. Der Stichprobenfehler der Differenz zweier Korrelationskoeffizienten	137
5. 5. 1. Differenzen-Stichprobenfehler zweier Korrelationskoeffizienten unabhängiger Stichproben	137
5. 5. 2. Differenzen-Stichprobenfehler zweier Korrelationskoeffizienten abhängiger Stichproben	138
5. 5. 3. Signifikanz der Unterschiede von k paarweise unabhängigen Korrelationskoeffizienten	139
5. 7. Aufgaben	141
5. 7. 1. Aufgaben zum Stichprobenfehler des Mittelwerts.	141
5. 7. 2. Aufgaben zum Stichprobenfehler von Mittelwertsdifferenzen	141
5. 7. 3. Aufgaben zum Vergleich der Streuungen zweier Stichproben	145
5. 7. 4. Aufgaben zum Stichprobenfehler bei Korrelationskoeffizienten und bei Differenzen von Korrelationskoeffizienten	147
6. Verteilungsunabhängige Verfahren	149
6. 1. Grundsätzliches und Anwendungsvoraussetzungen	149
6. 2. Kurzer Überblick	150
7. Übersichtstafel	152
Anhang 1: Lösungen	153
Anhang 2: Tafeln	181
Literatur	195
Namen- und Sachregister	197