

Reinhard Strehl

Zahlbereiche

Herder
Freiburg · Basel · Wien

Inhalt

Einleitung	9
----------------------	---

I Natürliche Zahlen

1. Endliche Kardinalzahlen	13
1.1 Äquivalente Mengen, Klassenbildung, endliche Mengen	13
1.2 Das Rechnen mit Kardinalzahlen	23
1.3 Die Anordnung endlicher Kardinalzahlen	28
2. Axiomatische Grundlegung der natürlichen Zahlen	33
2.1 Die Axiome	33
2.2 Das Rechnen mit natürlichen Zahlen	41
2.3 Die Anordnung der natürlichen Zahlen	49
2.4 Der Rekursionssatz	52
2.5 Die endlichen Kardinalzahlen als Modell der Peano-Axiome	57
3. Didaktische Anmerkungen zu den natürlichen Zahlen	61
4. Übungen	67

II Ganze Zahlen

1. Grundgedanken der Zahlbereichserweiterung	69
1.1 Subtraktion natürlicher Zahlen, Halbgruppe und Gruppe	69
1.2 Das Prinzip der Einbettung	71

2.	Die Konstruktion von \mathbb{Z} aus \mathbb{N}_0	73
2.1	Die Menge \mathbb{Z}	73
2.2	Das Rechnen mit ganzen Zahlen	75
2.3	Die Anordnung der ganzen Zahlen	79
3.	Die Einbettung von \mathbb{N}_0 in \mathbb{Z}	82
4.	Didaktische Modelle	86
5.	Übungen	93

III Rationale Zahlen

1.	Problemstellung und Methode der Zahlbereichs- erweiterung	95
2.	Die Konstruktion von \mathbb{Q} aus \mathbb{Z}	97
2.1	Die Menge \mathbb{Q}	97
2.2	Das Rechnen mit rationalen Zahlen	100
2.3	Die Anordnung der rationalen Zahlen	104
3.	Die Einbettung von \mathbb{Z} in \mathbb{Q}	106
4.	Zur Didaktik der rationalen Zahlen	109
5.	Übungen	114

IV Reelle Zahlen

1.	Problemstellung und Grundgedanken einer Erweite- rung des Zahlbereichs \mathbb{Q}	115
1.1	Die Unvollständigkeit des Körpers \mathbb{Q} und das Prinzip der Intervallschachtelung	115
1.2	Das Rechnen mit monotonen Folgen	121
2.	Die Konstruktion von \mathbb{R} aus \mathbb{Q}	129
2.1	Die Menge \mathbb{R}	129
2.2	Das Rechnen mit reellen Zahlen	133
2.3	Die Anordnung der reellen Zahlen	139

3.	Die Einbettung von \mathbb{Q} in $\mathbb{R} - \mathbb{R}$ als vollständig angeordneter Körper	142
4.	Andere Begründungen der reellen Zahlen	148
5.	Die Mächtigkeit der Menge \mathbb{R}	150
6.	Reelle Zahlen in der Schule	154
7.	Übungen	158

V Komplexe Zahlen

1.	Die Konstruktion von \mathbb{C} aus \mathbb{R}	159
2.	Die Menge der komplexen Zahlen als algebraisch abgeschlossenener und vollständiger Körper – geometrische Deutung	163
3.	Übungen	168

Anhang

	Lösungshinweise zu den Übungsaufgaben	169
	Literaturverzeichnis	181
	Verzeichnis der wichtigsten Symbole und Bezeichnungen	184
	Alphabetisches Register	187