

Wolfgang Stegmüller

Probleme und Resultate der Wissenschaftstheorie  
und Analytischen Philosophie

Band IV

# Personelle und Statistische Wahrscheinlichkeit

*Erster Halbband*

Personelle Wahrscheinlichkeit und  
Rationale Entscheidung

Springer-Verlag Berlin · Heidelberg · New York 1973

# Inhaltsverzeichnis

## Einleitung

1. Neue Betrachtungen über die Ziele und Aufgaben der Wissenschaftstheorie . . . . .	1
(I)    Wissenschaftstheorie als Metatheorie . . . . .	1
(II)   Wissenschaftstheorie, Wissenschaftlichkeit und Einzelwissenschaften . . . . .	5
(III)  Wissenschaftstheorie: deskriptiv oder normativ? . . . . .	8
(IV)  Wissenschaftstheorie und Wissenschaftswissenschaft, Wissenschaftskritik, Wissenschaftspolitik . . . . .	15
(V)   Wissenschaftstheorie und Erkenntnistheorie . . . . .	22
(VI)  Wissenschaftstheorie, „philosophische Weltanschauung“, Metaphysik und „Positivismus“ . . . . .	28
(VII) Wissenschaftstheorie, Analytische Philosophie und Transzendentalphilosophie . . . . .	38
(VIII) Wissenschaftliche Voraussetzungslosigkeit . . . . .	41
(IX)  Wertfreiheit, Interessen und Objektivität. Das Wertfreiheitspostulat von MAX WEBER . . . . .	46
2. Wahrscheinlichkeit . . . . .	65
3. Theoretische Begriffe als wissenschaftstheoretisches Problem . . . . .	69
3.a Die linguistische Theorie CARNAPs und ihre Nachteile . . . . .	69
3.b Vier andere Möglichkeiten der Definition von „theoretisch“. Das Verfahren von J. D. SNEED . . . . .	71
4. Induktion . . . . .	75
5. Überblick über den Inhalt des ersten Halbbandes . . . . .	96

## Teil 0. Das ABC der modernen Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

A. Grundbegriffe . . . . .	107
1. Präliminarien . . . . .	107
1.a Intuitiver Zugang zum Wahrscheinlichkeitsbegriff . . . . .	107
1.b Mengen und elementare Mengenalgebra . . . . .	112
1.c Punktfunktionen und Mengenfunktionen . . . . .	119
1.d Einige Grundbegriffe der Kombinatorik . . . . .	123
2. Der Begriff des Wahrscheinlichkeitsraumes. Grundaxiome und elementare Theoreme der abstrakten Wahrscheinlichkeitstheorie . . . . .	129
2.a Vorbemerkungen . . . . .	129

2.b Körper und  $\sigma$ -Körper von Ereignissen . . . . . 134  
 2.c Endlich additive und  $\sigma$ -additive Wahrscheinlichkeitsmaße. Zwei Typen von Wahrscheinlichkeitsräumen . . . . . 145  
 2.d Bedingte Wahrscheinlichkeiten, allgemeines Multiplikationsprinzip und der Begriff der stochastischen Unabhängigkeit von Ereignissen . . . . . 150  
 2.e Das allgemeine Multiplikationsprinzip, die Formel der totalen Wahrscheinlichkeit und die Regel von BAYES-LAPLACE . . . . . 155

**B. Weiterführung der Theorie für den diskreten Fall . . . . . 157**

3. Verteilungen . . . . . 157  
 3.a Zufallsfunktionen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und kumulative Verteilungen . . . . . 157  
 3.b Einige spezielle Wahrscheinlichkeitsverteilungen: die Binomialverteilung (BERNOULLI-Verteilung); die hypergeometrische Verteilung; die Gleichverteilung; die geometrische Verteilung; die Poisson-Verteilung. . . . . 167  
 3.c Gemeinsame Wahrscheinlichkeitsverteilungen mehrerer Zufallsveränderlicher, Marginalverteilungen, bedingte Wahrscheinlichkeitsverteilungen und Unabhängigkeit von Zufallsfunktionen 176  
 4. Erwartungswert und Gesetz der großen Zahlen . . . . . 182  
 4.a Momente über dem Ursprung und Momente über dem Mittel . 182  
 4.b Momenterzeugende Funktionen . . . . . 188  
 4.c Produktmomente. Kovarianz . . . . . 190  
 4.d Das Theorem von TSCHEBYSCHEFF . . . . . 191  
 4.e Das schwache Gesetz der großen Zahlen . . . . . 193

**C. Weiterführung der Theorie für den kontinuierlichen Fall . . . . . 198**

5. Einige Begriffe der Analysis . . . . . 198  
 6. Verteilungen . . . . . 209  
 6.a Wahrscheinlichkeitsdichten und Verteilungsfunktionen . . . . 209  
 6.b Einige spezielle Verteilungen: die uniforme Verteilung; die Exponentialverteilung; die Normalverteilung . . . . . 215  
 6.c Gemeinsame Verteilungen mehrerer Zufallsfunktionen, Marginaldichten, bedingte Wahrscheinlichkeitsdichten und Unabhängigkeit von Zufallsfunktionen . . . . . 220  
 7. Momente von Verteilungen . . . . . 221  
 7.a Erwartungswerte und Momente . . . . . 221  
 7.b Standardisierung von Zufallsfunktionen . . . . . 222  
 7.c Momente spezieller Verteilungen. Nochmals die Normalverteilung. . . . . 223  
 7.d Momenterzeugende Funktionen . . . . . 226  
 7.e Produktmomente. Kovarianz. . . . . 227  
 8. Der zentrale Grenzwertsatz . . . . . 228

<b>D. Einige Blicke in höhere Gefilde . . . . .</b>	<b>234</b>
9. Der abstrakte Maßbegriff . . . . .	234
9.a Prämaße, äußere Maße und Maße . . . . .	234
9.b Borel-Mengen und Lebesguesches Maß . . . . .	238
10. Meßbare Funktionen und ihre Integrale . . . . .	242
10.a Meßbare und Borel-meßbare Funktionen. Bildmaße, Zufalls- funktionen als spezielle meßbare Funktionen . . . . .	242
10.b Der allgemeine Integralbegriff . . . . .	248
10.c Maße mit Dichten. Der Satz von RADON-NIKODYM. Wahr- scheinlichkeitsdichten . . . . .	254
10.d Drei maßtheoretische Konvergenzbegriffe. Tabellarische Über- sicht über alle Konvergenzbegriffe . . . . .	256
11. Produkte von Maßräumen . . . . .	260
11.a Endliche Produkte von Maßräumen. Der Satz von FUBINI . . . . .	260
11.b Unendliche Produkte von Maßräumen . . . . .	263
12. Wahrscheinlichkeitstheoretische Anwendungen . . . . .	263
12.a Die maßtheoretischen Konvergenzbegriffe . . . . .	263
12.b Endliche und unendliche Produkte von Wahrscheinlichkeits- räumen. . . . .	263
12.c Wahrscheinlichkeitsräume im überabzählbaren Fall. Das Lebes- gue-Borelsche Maß . . . . .	267
12.d Verteilungsfunktionen, Lebesgue-Stieltjesche Maße und Wahr- scheinlichkeitsdichten . . . . .	271
12.e Wahrscheinlichkeitsintegrale und Erwartungswerte . . . . .	278
Bibliographie . . . . .	284

### Teil I. Rationale Entscheidungstheorie (Entscheidungslogik)

1. Die Aufgaben der rationalen Entscheidungstheorie . . . . .	287
2. Handlungen und Folgen. Die drei Matrizen: Konsequenzen-, Nütz- lichkeits- und Wahrscheinlichkeitsmatrix . . . . .	288
3. Die Präferenzordnung zwischen Handlungen und die Regel von BAYES . . . . .	296
4. Deskriptive und normative Betrachtungsweise. Der normative Ent- scheidungskalkül . . . . .	298
5. Äquivalente Transformation der Nützlichkeitsmatrix. Eine mögliche Normierung der Nutzenskala . . . . .	306
6. Einige intuitive Zwischenbetrachtungen: Wechselseitige Abhängig- keiten von Nützlichkeiten, Wahrscheinlichkeiten und Präferenzen. Ein Blick auf die Theorie von RAMSEY und die v. Neumann-Morgen- stern-Theorie . . . . .	310
6.a Ableitbarkeit der Wahrscheinlichkeitsmatrix aus der Nützlich- keitsmatrix und umgekehrt bei Handlungsindifferenz . . . . .	310

6.b Befreiung von der Voraussetzung der Handlungsindifferenz . . .	312
6.c Wertindifferente Bedingungen, erweiterte Nutzenordnung und Ableitung der Wahrscheinlichkeiten . . . . .	317
7. Die einheitliche Theorie von R. JEFFREY . . . . .	323
7.a Zurückführung von Handlungen, Umständen und Resultaten auf Propositionen . . . . .	323
7.b Weiterführung der Entscheidungslogik. Bedingte Wahrscheinlichkeiten . . . . .	327
7.c Die vier Fundamentalbedingungen: die rationale Präferenzbedingung; die Körperbedingung; die Gütebedingung; die Zerlegbarkeitsbedingung. . . . .	332
7.d Abhängigkeiten der Wahrscheinlichkeitszuordnungen von der Präferenz- und Nutzenordnung . . . . .	335
7.e Äquivalenz und Eindeutigkeit. Das Eindeutigkeitstheorem von K. GÖDEL und E. BOLKER. . . . .	353
7.f Zur Frage der Wünschbarkeitsgrenzen . . . . .	370
7.g Die Lösung des Metrisierungsproblems. . . . .	372
Bibliographie . . . . .	384

**Teil II. Die probabilistische Grundlegung der rationalen Entscheidungstheorie: Normative Theorie des induktiven Rasonierens (Rekonstruktion von Carnap II)**



1. Neuer intuitiver Zugang über die rationale Entscheidungstheorie . . .	389
1.a Deskriptive Entscheidungstheorie . . . . .	389
1.b Übergang zur normativen Entscheidungstheorie: Die rationale Glaubensfunktion (Credence-Funktion) . . . . .	394
1.c Von der Glaubensfunktion zu der Glaubhaftigkeitsfunktion (Credibility-Funktion) . . . . .	400
1.d Übergang zur abstrakten Theorie der induktiven Wahrscheinlichkeit . . . . .	409
1.e Invarianzaxiome und klassisches Indifferenzprinzip. . . . .	412
1.f Warum überhaupt eine logische Theorie der $M$ - und $C$ -Funktionen? . . . . .	416
2. Das logische Grundgerüst: Individuen; Attribute; Modelle; atomare Propositionen . . . . .	417
3. Das maßtheoretische Grundgerüst: Möglichkeitsraum (Wahrscheinlichkeitsraum). Körper und $\sigma$ -Körper von Propositionen. Propositionale Stichproben . . . . .	424
4. Das wahrscheinlichkeitstheoretische Grundgerüst: Absolute und bedingte Wahrscheinlichkeitsmaße . . . . .	431
5. Erster über die Grundaxiome hinausführender Rationalisierungsschritt: Das Regularitätsaxiom . . . . .	434
6. Entscheidungstheoretische Rechtfertigung der Grundaxiome und des Regularitätsaxioms: Kohärenz und strenge Kohärenz . . . . .	436

7. Sprachen und Teilsprachen . . . . .	446
7.a Einführung von Objektsprachen, die auf das begriffliche System bezogen sind . . . . .	446
7.b Vier Formen von Subsystemen und Teilsprachen . . . . .	448
8. Ein möglicher Rationalisierungsschritt: Analytizitätspostulate, phäno- menologische Basisprinzipien (synthetische Propositionen a priori) und hypothetische Grundannahmen . . . . .	451
8.a Bedeutungs- oder Analytizitätspostulate . . . . .	451
8.b Phänomenologische Grundpostulate . . . . .	456
8.c Empirisch-hypothetische Grundpostulate . . . . .	461
8.d Form und Funktion der nichtprobabilistischen Grundpostulate	461
9. Zweiter über die Grundaxiome hinausführender Rationalisierungsschritt: Das Prinzip der Subsysteme (Teilsprachenprinzip) . . . . .	465
9.a Die Relevanz der Unterscheidung zwischen analytischen und nichtanalytischen Grundpostulaten . . . . .	465
9.b Invarianzprinzipien . . . . .	467
10. Dritter über die Grundaxiome hinausführender Rationalisierungsschritt: Das Symmetrieprinzip . . . . .	470
10.a Symmetrische $C$ - und $M$ -Funktionen . . . . .	470
10.b Strukturen . . . . .	471
11. Vierter über die Grundaxiome hinausführender Rationalisierungsschritt: Das Prinzip der Relevanz von Einzelfällen . . . . .	473
12. Auf dem Wege zu einer sprachunabhängigen Theorie der Attributräume. Der Analogie-Einfluß . . . . .	475
12.a Einige grundlegende Begriffe . . . . .	475
12.b Einige Vermutungen über die Rolle von Attributräumen in der Theorie des induktiven Rasonierens . . . . .	481
12.c Der Einfluß der Weite und zwei Formen des Analogie-Einflusses	483
12.d Ein möglicher weiterer Rationalisierungsschritt: Das Prinzip der Attributsymmetrie . . . . .	487
13. Die Theorie der $\lambda$ -Familien . . . . .	490
13.a Das $\lambda$ -Prinzip . . . . .	490
13.b Das Linearitätsprinzip . . . . .	499
14. Grenzwertaxiome . . . . .	502
14.a Das Reichenbach-Axiom . . . . .	502
14.b Das Axiom der $\sigma$ -Additivität . . . . .	505
15. Reine und angewandte Theorie des induktiven Rasonierens . . . . .	505
15.a CARNAPs Begriff der methodologischen Regel . . . . .	505
15.b Das Goodman-Paradoxon. Absolute und relative Koordinaten; Identifizierung und Beschreibung individueller Objekte . . . . .	507
16. Intuitiv-strategische Überlegungen zur Wahl einer induktiven Methode . . . . .	513
17. Diskussion von Carnap II . . . . .	520
Bibliographie . . . . .	543
<b>Autorenregister . . . . .</b>	<b>549</b>
<b>Sachverzeichnis . . . . .</b>	<b>551</b>
<b>Verzeichnis der Symbole und Abkürzungen . . . . .</b>	<b>559</b>