

Alf Pflüger

# Statik der Stabtragwerke

Mit 170 Abbildungen



Springer-Verlag  
Berlin Heidelberg New York 1978

# Inhaltsverzeichnis

## Teil I Statik starrer Systeme

A. Stabwerke des Bauwesens und ihre Beanspruchung . . . . .	1
1. Der Stab als einfachstes Bauelement . . . . .	1
2. Lagerformen und Gelenke . . . . .	2
3. Beispiele für Stabwerke . . . . .	3
4. Beanspruchungen . . . . .	4
B. Lagerreaktionen starrer Systeme . . . . .	4
5. Definitionen und Annahmen . . . . .	4
6. Äußerlich statisch bestimmte Systeme . . . . .	5
7. Systeme mit Gelenken . . . . .	7
C. Schnittgrößen . . . . .	10
8. Definition der Schnittgrößen . . . . .	10
9. Berechnung der Schnittgrößen aus dem Gleichgewicht am Trägerteil . . . . .	12
10. Gleichgewicht am Element gerader Stäbe . . . . .	14
11. Berechnung der Schnittgrößen aus dem Gleichgewicht am Element gerader Stäbe . . . . .	15
11.1. Biegemoment als Doppelintegral . . . . .	15
11.2. Numerische Integration . . . . .	17
11.3. Einzelkräfte . . . . .	18
12. Ergänzende Betrachtungen zum Gleichgewicht am Element gerader Stäbe . . . . .	20
12.1. Längslasten und Lastmomente . . . . .	20
12.2. Gleichgewicht am Ekelement . . . . .	22
12.3. Symmetriebedingungen . . . . .	23
13. Regeln für Zustandslinien gerader Stäbe . . . . .	24
14. Gekrümmte Stäbe . . . . .	26
14.1. Gleichgewicht am Stabelement . . . . .	26
14.2. Dreigelenkbogen mit konstanter Radiallast . . . . .	27
14.3. Dreigelenkbogen mit senkrechten Lasten . . . . .	28
15. Stützlinie und Seilkurve . . . . .	30
16. Fachwerke . . . . .	31
16.1. Prinzip der Fachwerkstruktur . . . . .	31
16.2. Knotengleichgewichtsbedingungen . . . . .	32
16.3. Cremonaplan . . . . .	33
16.4. Culmannsches und Rittersches Schnittverfahren . . . . .	34
16.5. Methode der Stabvertauschung . . . . .	36
D. Statisch bestimmte und unbestimmte Systeme . . . . .	38
17. Abzählbedingungen beim Fachwerk . . . . .	38
18. Abzählbedingungen bei Rahmen und Bögen . . . . .	39
E. Kinematische Methode . . . . .	40
19. Grundgedanken des Verfahrens . . . . .	40
20. Kinematik ebener Systeme . . . . .	41

20.1. Definitionen . . . . .	41
20.2. Kinematik einer Scheibe . . . . .	42
20.3. Polpläne mehrerer Scheiben . . . . .	44
21. Prinzip der virtuellen Verrückungen . . . . .	47
21.1. Zur Ableitung . . . . .	47
21.2. Virtuelle Arbeit als Moment . . . . .	49
22. Beispiel zur Anwendung der kinematischen Methode . . . . .	50
23. Einflußlinien für Kraftgrößen statisch bestimmter Systeme . . . . .	51
23.1. Definition der Einflußlinie . . . . .	51
23.2. Methoden zur Ermittlung von Einflußlinien . . . . .	53
23.3. Weiteres zur kinematischen Methode für die Ermittlung von Einflußlinien . . . . .	57
23.4. Auswertung von Einflußlinien . . . . .	60
<b>F. Ausnahmefall der Statik . . . . .</b>	<b>61</b>
24. Erläuterung der Problemstellung. Nennerdeterminante . . . . .	61
25. Benutzung der Stabvertauschung . . . . .	62
26. Benutzung der Kinematik . . . . .	64
<b>G. Räumliche Systeme . . . . .</b>	<b>65</b>
27. Räumliche Fachwerke . . . . .	65
28. Abzählbedingungen räumlicher biegesteifer Stabwerke . . . . .	68
29. Räumliche Beanspruchung ebener biegesteifer Stabwerke . . . . .	69
29.1. Gerade Stäbe . . . . .	69
29.2. Stabwerke aus geraden Stäben . . . . .	71
29.3. Gekrümmte Stäbe . . . . .	72
<b>H. Spannungen . . . . .</b>	<b>74</b>
30. Gleichgewichtsbedingungen . . . . .	74
31. Spannungsermittlung bei ebenen Systemen . . . . .	77
32. Spannungsermittlung bei räumlich beanspruchten ebenen Systemen . . . . .	81

## Teil II Lineare Statik

<b>A. Grundlagen der Verformungsrechnung . . . . .</b>	<b>83</b>
33. Lineare und nichtlineare Statik . . . . .	83
34. Hookesches Gesetz. Bezeichnungen . . . . .	86
<b>B. Formänderungsarbeit . . . . .</b>	<b>88</b>
35. Eigenarbeit und Verschiebungsarbeit . . . . .	88
35.1. Formänderungsarbeit in der linearen Statik . . . . .	88
35.2. Eigenarbeit . . . . .	89
35.3. Verschiebungsarbeit . . . . .	90
35.4. Formänderungsarbeit und Superpositionsgesetz . . . . .	91
36. Sätze von Betti und Maxwell . . . . .	92
37. Formänderungsarbeit der inneren und äußeren Kräfte . . . . .	94
37.1. Definition der inneren Kräfte . . . . .	94
37.2. Formänderungsarbeit der inneren Kräfte . . . . .	95
37.3. Zusammenhang zwischen Arbeiten der inneren und äußeren Kräfte . . . . .	98
37.4. Größe der verschiedenen Arbeitsanteile . . . . .	99
38. Verformungsberechnung mit der Formänderungsarbeit . . . . .	101
38.1. Benutzung der Eigenarbeit . . . . .	101

38.2. Benutzung der Verschiebungsarbeit . . . . .	104
38.3. Beispiele und Bemerkungen zur Verformungsrechnung . . . . .	105
38.4. Resultierende Verformungen . . . . .	108
<b>C. Biegelinien . . . . .</b>	<b>109</b>
39. Differentialgleichungen der Biegelinie . . . . .	109
39.1. Gerade Stäbe . . . . .	109
39.2. Bogenträger . . . . .	112
40. Biegelinien von Fachwerkträgern . . . . .	115
40.1. Methode der W-Gewichte . . . . .	115
40.2. Williot'scher Verschiebungsplan . . . . .	119
40.3. Matrizenrechnung . . . . .	120
41. Einflußlinien für Verformungsgrößen . . . . .	122
<b>D. Statisch unbestimmte Systeme – Kraftgrößen-Verfahren . . . . .</b>	<b>124</b>
42. Der Grundgedanke des Verfahrens . . . . .	124
43. Last- und Eigenspannungszustände . . . . .	125
44. Verformungsbedingungen für die statisch Unbestimmten . . . . .	128
45. Rechteckrahmen als Beispiel . . . . .	132
46. Castiglianosches Prinzip . . . . .	134
47. Gleichungsauflösung und Rechenkontrollen . . . . .	137
48. Reduktionssatz . . . . .	139
49. Durchlaufender Balken . . . . .	142
49.1. Dreimomentengleichung . . . . .	142
49.2. Festpunktmethode . . . . .	145
50. Allgemeine Last- und Eigenspannungszustände . . . . .	147
50.1. Bezeichnungweise . . . . .	147
50.2. Bestimmungsgleichungen für die Unbekannten . . . . .	149
50.3. Anwendungen . . . . .	150
51. Orthogonalisierung von Eigenspannungszuständen . . . . .	154
51.1. Probiermethode . . . . .	154
51.2. Elastischer Schwerpunkt . . . . .	155
51.3. Lastgruppenverfahren . . . . .	156
51.4. Verwendung von Affinlastgruppen . . . . .	158
52. Kehrmatrix der $\delta$ -Matrix . . . . .	161
53. Einflußlinien für Kraftgrößen statisch unbestimmter Systeme . . . . .	164
53.1. Benutzung des $(n-1)$ -fach unbestimmten Systems . . . . .	164
53.2. Benutzung eines statisch bestimmten Hauptsystems . . . . .	166
<b>E. Statisch unbestimmte Systeme – Formänderungsgrößen-Verfahren . . . . .</b>	<b>169</b>
54. Drehwinkelverfahren . . . . .	169
54.1. Vorbemerkungen . . . . .	169
54.2. Statisch und geometrisch bestimmtes Hauptsystem . . . . .	170
54.3. Bezeichnungsänderungen, Stabfestwerte und Belastungsglieder . . . . .	172
54.4. Knotengleichungen . . . . .	175
54.5. Beispiele . . . . .	177
55. Momenten-Verteilungsverfahren . . . . .	180
55.1. Verfahren von Cross . . . . .	180
55.2. Verfahren von Kani . . . . .	184
55.3. Konvergenz der Verfahren . . . . .	186
55.4. Verschiebliche Knotenpunkte . . . . .	187
<b>F. Statisch unbestimmte Systeme. Gemischte Verfahren . . . . .</b>	<b>188</b>
56. Übertragungsverfahren . . . . .	188

G. Ergänzungen zur Formänderungsarbeit . . . . .	192
57. Prinzip der virtuellen Verrückungen . . . . .	192
58. Prinzip vom Minimum der potentiellen Energie . . . . .	194
58.1. Ableitung . . . . .	194
58.2. Anwendungen . . . . .	196
<b>Teil III Nichtlineare Statik</b>	
A. Werkstoff-Nichtlinearität . . . . .	201
59. Biegefaktor . . . . .	201
60. Fließgelenktheorie . . . . .	204
B. Geometrische Nichtlinearität . . . . .	207
61. Theorie zweiter Ordnung . . . . .	207
62. Hängebrücke . . . . .	210
62.1. Rechenvoraussetzungen . . . . .	210
62.2. Differentialgleichung des Versteifungsträgers . . . . .	212
62.3. Bestimmung des Horizontalzuges . . . . .	213
62.4. Zur Lösung der Hängebrückengleichungen . . . . .	215
63. Knicken gerader Stäbe . . . . .	216
63.1. Der gewöhnliche Knickstab . . . . .	216
63.2. Die vier Eulerfälle . . . . .	220
64. Knickbiegeprobleme . . . . .	222
64.1. Druckstab mit sinusförmiger Querlast . . . . .	222
64.2. Druckstab mit Einzelkraft als Querbelastung . . . . .	223
64.3. Vorverformungen beim Knickstab . . . . .	225
65. Durchschlagproblem . . . . .	226
65.1. Fachwerk aus zwei Stäben . . . . .	226
65.2. Statisch bestimmtes Stabilitätsproblem . . . . .	229
C. Nichtlinearität von Geometrie und Werkstoffgesetz . . . . .	230
66. Knickstab mit plastischen Verformungen . . . . .	230
67. Knicksicherheit und $\omega$ -Verfahren . . . . .	234
<b>Sachverzeichnis</b> . . . . .	236