

Jürgen Tietze

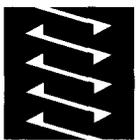
# Einführung in die Finanzmathematik

Klassische Verfahren und neuere Entwicklungen:  
Effektivzins- und Renditeberechnung,  
Investitionsrechnung, Derivative Finanzinstrumente

9., überarbeitete Auflage

Mit über 500 Übungsaufgaben

STUDIUM



**VIEWEG+**  
**TEUBNER**

# Inhaltsverzeichnis

<b>Abkürzungen, Variablenamen</b> .....	X
<b>1 Voraussetzungen und Hilfsmittel</b> .....	1
1.1 Prozentrechnung .....	1
1.2 Lineare (einfache) Verzinsung .....	17
1.2.1 Grundlagen der linearen Verzinsung .....	18
1.2.2 Das Äquivalenzprinzip der Finanzmathematik (bei linearer Verzinsung) .....	26
1.2.3 Terminrechnung - mittlerer Zahlungstermin .....	38
1.2.4 Vorschüssige Verzinsung, Wechseldiskontierung .....	46
<b>2 Zinseszinsrechnung (exponentielle Verzinsung)</b> .....	51
2.1 Grundlagen der Zinseszinsrechnung .....	51
2.2 Das Äquivalenzprinzip der Finanzmathematik (bei Zinseszinsen) .....	62
2.3 Unterjährige Verzinsung .....	75
2.3.1 Diskrete unterjährige Verzinsung .....	75
2.3.2 Zur Effektivverzinsung kurzfristiger Kredite .....	82
2.3.3 Gemischte Verzinsung .....	85
2.3.4 Stetige Verzinsung .....	88
2.4 Inflation und Verzinsung .....	93
2.4.1 Inflation .....	93
2.4.2 Exponentielle Verzinsung unter Berücksichtigung von Preissteigerungen/ Inflation .....	96
<b>3 Rentenrechnung</b> .....	101
3.1 Vorbemerkungen .....	101
3.2 Gesamtwert (Zeitwert) einer Rente zu beliebigen Bewertungsstichtagen .....	102
3.3 Vor- und nachschüssige Renten .....	106
3.4 Rentenrechnung und Äquivalenzprinzip - Beispiele und Aufgaben .....	109
3.5 Zusammengesetzte Zahlungsreihen und wechselnder Zinssatz .....	118
3.6 Ewige Renten .....	121
3.7 Kapitalaufbau/Kapitalabbau durch laufende Zuflüsse/Entnahmen .....	126
3.8 Auseinanderfallen von Ratetermin und Zinszuschlagtermin .....	132
3.8.1 Rentenperiode größer als Zinsperiode .....	133
3.8.2 Zinsperiode größer als Rentenperiode .....	136
3.8.2.1 ICMA - Methode („internationale Methode“) .....	136
3.8.2.2 US-Methode .....	138
3.8.2.3 „360 - Tage - Methode“ .....	139

3.9	Renten mit veränderlichen Raten .....	149
3.9.1	Arithmetisch veränderliche Renten .....	149
3.9.2	Geometrisch veränderliche Renten .....	155
3.9.2.1	Grundlagen .....	155
3.9.2.2	Geometrisch steigende Renten – Kompensation von Preissteigerungen .....	159
3.9.2.3	Zusammenfassung .....	161
3.9.3	Veränderliche unterjährig zahlbare Renten .....	165
<b>4</b>	<b>Tilgungsrechnung</b> .....	<b>173</b>
4.1	Grundlagen, Tilgungsplan, Vergleichskonto .....	173
4.2	Tilgungsarten .....	181
4.2.1	Allgemeine Tilgungsschuld .....	181
4.2.2	Gesamtfällige Schuld ohne Zinsansammlung .....	184
4.2.3	Gesamtfällige Schuld mit vollständiger Zinsansammlung .....	185
4.2.4	Ratentilgung (Ratenschuld) .....	186
4.2.5	Annuitätentilgung (Annuitätenschuld) .....	187
4.2.5.1	Annuitätenkredit – Standardfall .....	187
4.2.5.2	Annuitätenkredit – Ergänzungen .....	193
4.2.5.3	Exkurs: Annuitätenkredit mit Disagio .....	198
4.2.5.4	Exkurs: Tilgungsstreckung, Zahlungsaufschub, Tilgungsstreckungs- darlehen, Stückelung .....	203
4.3	Tilgungsrechnung bei unterjährigen Zahlungen .....	212
4.3.1	Kontoführungsmethode 1 (360-Tage-Methode) .....	213
4.3.2	Kontoführungsmethode 2 (Braess) .....	214
4.3.3	Kontoführungsmethode 3 (US) .....	215
4.3.4	Kontoführungsmethode 4 (ICMA) .....	217
4.4	Nachschüssige Tilgungsverrechnung .....	220
<b>5</b>	<b>Die Ermittlung des Effektivzinssatzes in der Finanzmathematik</b> .....	<b>225</b>
5.1	Grundlagen .....	225
5.1.1	Der Effektivzinsbegriff .....	225
5.1.2	Berechnungsverfahren für den Effektivzinssatz .....	230
5.2	Effektivzinsermittlung bei jährlichen Leistungen .....	234
5.2.1	Effektivzinsermittlung bei Standardkrediten .....	234
5.2.2	Exkurs: Disagioerstattung .....	245
5.2.3	Exkurs: Unterschiedliche Kreditkonditionen bei gleichem Zahlungsstrom .....	246
5.3	Effektivzinsermittlung bei unterjährigen Leistungen .....	253
5.3.1	2-Phasen-Plan zur Effektivzinsermittlung .....	253
5.3.2	Die Berechnung von $i_{\text{eff}}$ : Anwendungen des 2-Phasen-Plans – Variationen eines Basis-Kredits .....	260
5.3.3	Effektivverzinsung und unterjährige Zahlungen – ausgewählte Probleme .....	273
5.3.3.1	Disagio-Varianten bei identischen Zahlungsströmen .....	274
5.3.3.2	Tilgungsstreckungsdarlehen bei unterjährigen Leistungen .....	279
5.3.3.3	Disagio-Rückerstattung bei unterjährigen Leistungen .....	283
5.3.3.4	Effektivverzinsung von Ratenkrediten .....	284
5.3.3.5	Anlageformen mit unterjährigen Leistungen – Beispiel Bonussparen .....	288
5.3.3.6	Übungsaufgaben zur Effektivzinsermittlung bei unterjährigen Leistungen .....	292
5.4	Exkurs: Finanzmathematische Aspekte zur „richtigen“ Verzinsungsmethode .....	297

<b>6 Einführung in die Finanzmathematik festverzinslicher Wertpapiere</b> .....	307
6.1 Grundlagen der Kursrechnung und Renditeermittlung .....	307
6.2 Kurs und Rendite bei ganzzahligen Restlaufzeiten .....	313
6.3 Kurs und Rendite zu beliebigen Zeitpunkten – Stückzinsen und Börsenkurs .....	316
<b>7 Exkurs: Aspekte der Risikoanalyse – das Duration-Konzept</b> .....	321
7.1 Die Duration als Maß für die Zinsempfindlichkeit von Anleihen .....	322
7.2 Die Duration von Standard-Anleihen – Berechnungsverfahren und Einflussgrößen ...	328
7.3 Die immunisierende Eigenschaft der Duration .....	339
7.4 Duration und Convexity .....	345
<b>8 Exkurs: Derivative Finanzinstrumente – Futures und Optionen</b> .....	351
8.1 Termingeschäfte: Futures und Optionen – ein Überblick .....	352
8.2 Forwards/Futures: Terminkauf und -verkauf .....	353
8.3 Optionen: Basisformen .....	359
8.4 Einfache Kombinationen aus Fixgeschäften und Optionen .....	367
8.5 Spreads .....	372
8.6 Straddles .....	377
8.7 Strangles / Combinations .....	379
8.8 Einführung in die Optionspreisbewertung .....	381
<b>9 Finanzmathematische Verfahren der Investitionsrechnung</b> .....	395
9.1 Vorbemerkungen .....	395
9.2 Kapitalwert und äquivalente Annuität einer Investition .....	397
9.3 Interner Zinssatz einer Investition – Vorteilhaftigkeitskriterien .....	404
<b>Literaturverzeichnis</b> .....	421
<b>Sachwortverzeichnis</b> .....	425