

Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

Ein Lehr- und Übungsbuch für Bachelors

Mit 119 Bildern, 368 Beispielen und 225 Aufgaben mit Lösungen



Fachbuchverlag Leipzig
im Carl Hanser Verlag

Inhaltsverzeichnis

1	Funktionen einer reellen Variablen in ökonomischen Problemen	13
1.1	Mathematische Grundbegriffe	13
1.1.1	Funktionsbegriff	13
1.1.2	Ein Funktionenreservoir	17
1.1.3	Eigenschaften von Funktionen	21
1.1.4	Umkehrfunktion	24
1.2	Funktionen für ökonomische Zusammenhänge	29
1.3	Funktionen und ökonomisches Wachstum	30
	Aufgaben 1.1 bis 1.18	33
2	Differenzialrechnung für Funktionen einer reellen Variablen in ökonomischen Problemen	36
2.1	Einführung	36
2.2	Mathematische Grundlagen	37
2.2.1	Grenzwert	37
	Aufgaben 2.1 bis 2.6	43
2.2.2	Stetigkeit	44
2.2.3	Ableitung	47
	Aufgaben 2.7 bis 2.15	55
2.2.4	Differenzial	56
	Aufgabe 2.16	60
2.2.5	Untersuchung von Funktionen mithilfe ihrer Ableitungen	60
	Aufgaben 2.17 und 2.18	66
2.2.6	Nichtlineare Gleichungen in ökonomischen Problemen und deren Lösung	66
	Aufgaben 2.19 und 2.20	70
2.3	Ökonomische Probleme und Ableitungen von Funktionen	71
	Aufgaben 2.21 bis 2.29	78
2.4	Reagibilität und Ableitungen	79
	Aufgaben 2.30 bis 2.41	96
2.5	Extremwertaufgaben der Ökonomie	98
2.5.1	Extrema für Kostenfunktionen	98
	Aufgaben 2.42 bis 2.48	109
2.5.2	Gewinnmaximum	110
	Aufgaben 2.49 bis 2.57	140
2.6	Die Regel von de L'HOSPITAL	142
	Aufgabe 2.58	145
2.7	Reihen und Potenzreihen	145
2.7.1	Reihen	145
2.7.2	Potenzreihen	150
2.8	Entwicklung einer Funktion in eine Potenzreihe	153
2.8.1	MACLAURINSche Reihen	153

2.8.2	Allgemeine TAYLOR-Reihen	157
	Aufgaben 2.59 bis 2.61	158
2.9	Komplexe Zahlen	159
2.9.1	Definition und Darstellung komplexer Zahlen	159
2.9.2	Das Rechnen mit komplexen Zahlen	163
3	Funktionen mit mehreren Veränderlichen	169
3.1	Definition und Darstellungsform von Funktionen mit mehreren Veränderlichen	169
3.2	Partielle Differenziation	172
	Aufgaben 3.1 bis 3.3	175
3.3	Partielle Ableitungen höherer Ordnung	175
	Aufgabe 3.4.	177
3.4	Tangentialebene und das totale Differenzial	178
3.4.1	Geometrische Betrachtungen	178
	Aufgabe 3.5.	179
3.4.2	Das totale Differenzial	179
3.5	Spezielle Ableitungstechniken	181
3.5.1	Differenziation nach einem Parameter	181
3.5.2	Implizite Differenziation	182
3.6	Anwendungen	182
3.6.1	Lösung nichtlinearer Gleichungssysteme	183
3.6.2	Lokale Extrema und Sattelpunkte	185
3.6.3	Fehlerrechnung	190
3.6.4	Extremwertaufgaben mit Nebenbedingungen	191
	Aufgaben 3.6 bis 3.8	194
4	Integralrechnung	195
4.1	Integration als Umkehrung der Differenziation – das unbestimmte Integral ..	195
	Aufgaben 4.1 bis 4.3	202
	Aufgabe 4.4.	203
4.2	Das bestimmte Integral – Hauptsatz der Integralrechnung	204
	Aufgaben 4.5 und 4.6	209
4.3	Uneigentliche Integrale	209
4.4	Geometrische Anwendungen	211
4.4.1	Flächenberechnung	211
4.4.2	Länge einer Kurve	213
4.4.3	Volumen und Oberfläche von Rotationskörpern	214
4.5	Anwendung der Integralrechnung in ökonomischen Zusammenhängen	216
4.6	Numerische Integration	219
	Aufgabe 4.7.	221
4.7	Doppelintegrale	221
4.7.1	Doppelintegrale in kartesischen Koordinaten	221
4.7.2	Doppelintegrale in Polarkoordinaten	224
	Aufgabe 4.8.	227

5	Lineare Algebra in Betriebs- und Volkswirtschaft	228
5.1	Einführende Beispiele ökonomischen Inhalts	228
	Aufgaben 5.1 und 5.2	231
5.2	Mathematische Grundlagen der Matrizen- und Vektorrechnung	231
5.2.1	Matrizen und Vektoren sowie ihre Spezifizierungen	232
	Aufgaben 5.3 und 5.4	236
5.2.2	Rechnen mit Matrizen und Vektoren	236
	Aufgaben 5.5 bis 5.8	245
5.2.3	Inverse Matrix	245
	Aufgaben 5.9 bis 5.12	251
5.2.4	GAUSSscher Algorithmus	252
	Aufgaben 5.13 und 5.14	257
5.2.5	Lineare Unabhängigkeit von Vektoren	258
	Aufgaben 5.15 bis 5.17	262
5.3	Matrizen und Vektoren in Betriebs- und Volkswirtschaft	263
	Aufgaben 5.18 bis 5.22	272
5.4	Mathematische Grundlagen linearer algebraischer Gleichungssysteme	275
5.4.1	Einführung	275
5.4.2	Lösung linearer algebraischer Gleichungssysteme: Begriff und Methode	277
	Aufgaben 5.23 bis 5.25	280
5.4.3	GAUSSscher Algorithmus zur Lösung linearer algebraischer Gleichungssysteme	281
	Aufgaben 5.26 bis 5.30	291
5.4.4	Basislösungen	292
	Aufgaben 5.31 bis 5.36	298
5.4.5	Zusammenfassende Aussagen über lineare algebraische Gleichungssysteme	299
	Aufgaben 5.37 bis 5.40	301
5.5	Lineare algebraische Gleichungssysteme in Betriebs- und Volkswirtschaft	302
	Aufgaben 5.41 und 5.42	310
5.6	Determinante einer Matrix	311
	Aufgaben 5.43 und 5.44	314
5.7	Das Eigenwertproblem für quadratische Matrizen	315
	Aufgabe 5.45	319
6	Lineare Optimierung in Volkswirtschaft und Betriebswirtschaft	320
6.1	Problemstellungen und Grundbegriffe	320
6.1.1	Aufgabenstellung und Beispiele	320
6.1.2	Das Rechnen mit Ungleichungen	323
6.1.3	Die grafische Lösung	326
6.1.4	Allgemeine mathematische Formulierung des linearen Optimierungsproblems	331
6.2	Der Simplex-Algorithmus	333
6.2.1	Die Grundideen des Simplex-Verfahrens	333
6.2.2	Der Austauschschritt im Simplex-Tableau	334
6.2.3	Die Simplex-Regeln	338

6.2.4	Der Simplex-Algorithmus (Phase II)	340
6.2.5	Theoretische Ergänzungen und Sonderfälle	341
6.3	Der Simplex-Algorithmus für allgemeine lineare Programme	343
6.3.1	Minimumprobleme, Gleichungsrestriktionen, Varianten der Vorzeichen- beschränkungen, obere und untere Schranken	343
6.3.2	Simplex-Algorithmus: Phase I und Phase II	346
6.4	Dualität	348
6.4.1	Primal-Dual Beziehung und Dualitätssätze	348
6.4.2	Primal-Dual Beziehung und Komplementarität	351
6.4.3	Dualer Simplex-Algorithmus (Phase III)	353
6.4.4	Ökonomische Interpretationen der Größen in den Simplex-Tableaus	356
6.5	Weiterführende Aspekte	357
6.5.1	Modellbildung	357
6.5.2	Spezialfälle linearer Optimierung	359
6.5.3	Sensitivitätsanalyse bei der linearen Optimierung	362
6.5.4	Parametrische (lineare) Optimierung	363
6.5.5	Effizienz und Vergleich von LP-Solvern	363
6.5.6	Ganzzahlige lineare Optimierung	363
6.5.7	Nichtlineare Optimierung	364
	Aufgaben 6.1 bis 6.11	364
7	Finanzmathematik	368
7.1	Zinsrechnung	369
7.1.1	Einfache Zinsen und Zinseszinsen	369
7.1.2	Vorschüssige Verzinsung	375
7.1.3	Gemischte Verzinsung	377
7.1.4	Unterjährige Verzinsung	378
7.1.5	Stetige Verzinsung	380
	Aufgaben 7.1 bis 7.11	381
7.2	Barwert, Äquivalenz und Rendite	382
7.2.1	Barwert und Äquivalenz	382
7.2.2	Kapitalwertmethode	384
7.2.3	Rendite	386
7.2.4	Mittlerer Zahlungstermin und Duration	390
	Aufgaben 7.12 bis 7.20	391
7.3	Rentenrechnung	392
7.3.1	Nachschüssige und vorschüssige Renten	392
7.3.2	Aufgeschobene, abgebrochene und ewige Rente	398
7.3.3	Jährliche Verzinsung – unterjährige Rentenzahlung	400
7.3.4	Unterjährige Verzinsung	405
	Aufgaben 7.21 bis 7.31	406
7.4	Kreditrechnung	408
7.4.1	Grundbegriffe	408
7.4.2	Ratentilgung	410
7.4.3	Annuitätentilgung	410

7.4.4	Unterjährige Verzinsung, Tilgung und Rückzahlung	414
7.4.5	Ratenkredit	421
	Aufgaben 7.32 bis 7.41	422
7.5	Kurs- und Renditerechnung	424
7.5.1	Grundlagen	424
7.5.2	Zinsschuld	425
7.5.3	Annuitätenschuld	429
	Aufgaben 7.42 bis 7.48	433
7.6	Abschreibung	434
7.6.1	Grundlagen	434
7.6.2	Lineare Abschreibung	435
7.6.3	Geometrisch-degressive Abschreibung	436
7.6.4	Weitere Abschreibungsarten	437
7.6.5	Vergleich linearer und geometrisch-degressiver Abschreibung	439
	Aufgaben 7.49 bis 7.55	441
7.7	Weitergehende Betrachtungen	442
7.7.1	Rendite und Risiko	442
7.7.2	„Neuere“ Finanzprodukte	444
	Aufgaben 7.56 bis 7.58	445
8	Weitere praktische Probleme und deren Lösung	446
8.1	Nichtlineare Optimierung	446
8.1.1	Problemstellung, Grundlagen und grafische Lösungen	447
8.1.2	Karush-Kuhn-Tucker-Theorie (KKT-Theorie)	454
8.1.3	Nichtlineare Optimierungsprobleme ohne Nebenbedingungen	458
8.1.4	Bausteine der allgemeinen NLP-Techniken (Übersicht)	460
	Aufgaben 8.1 bis 8.5	462
8.2	Problemlösungen mit einem Standard-Software-System	462
8.2.1	(Allgemeine) LP-Probleme	463
8.2.2	Ausgewählte NLP-Probleme	467
8.2.3	Portfolio-Probleme	468
8.2.4	Transportprobleme	471
8.2.5	Zuordnungsprobleme	473
8.2.6	Netzwerkprobleme	474
8.2.7	Netzplantechniken	476
8.2.8	Kundenwanderung	483
8.2.9	Verwaltung von Modellen: Algebraische Eingabe und Solver	485
	Lösungen	488
	Literaturverzeichnis	521
	Sachwortverzeichnis	523