

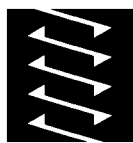
Michael Günther | Ansgar Jüngel

Finanzderivate mit MATLAB®

Mathematische Modellierung
und numerische Simulation

2., überarbeitete und erweiterte Auflage

STUDIUM



**VIEWEG+
TEUBNER**

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Grundlagen	9
2.1	Optionstypen	9
2.2	Arbitrage	12
3	Die Binomialmethode	19
3.1	Binomialbäume	19
3.1.1	Ein-Perioden-Modell	19
3.1.2	n -Perioden-Modell	21
3.2	Brownsche Bewegung und ein Aktienkursmodell	23
3.2.1	Stochastische Grundbegriffe	24
3.2.2	Stochastische Prozesse und Brownsche Bewegung	29
3.2.3	Ein Aktienkursmodell	30
3.3	Vom Binomialbaum zur Black-Scholes-Formel	32
3.4	Binomialverfahren	35
3.4.1	Der Algorithmus	37
3.4.2	Implementierung in MATLAB	39
4	Die Black-Scholes-Gleichung	48
4.1	Stochastische Differentialgleichungen von Itô	48
4.2	Black-Scholes-Formeln	53
4.2.1	Modellvoraussetzungen	54
4.2.2	Herleitung der Black-Scholes-Gleichung	56
4.2.3	Lösung der Black-Scholes-Gleichung	58
4.3	Numerische Auswertung der Black-Scholes-Formeln	65
4.3.1	Rationale Bestapproximation und nichtlineare Ausgleichsrechnung	65
4.3.2	Kubische Hermite-Interpolation	70
4.4	Kennzahlen und Volatilität	75
4.4.1	Dynamische Kennzahlen	75
4.4.2	Historische und implizite Volatilität	77
4.5	Erweiterungen der Black-Scholes-Gleichung	81
4.5.1	Kontinuierliche Dividendenzahlungen	81
4.5.2	Diskrete Dividendenzahlungen	84

4.5.3	Zeitabhängige Parameter	86
4.5.4	Mehrere Basiswerte	89
4.5.5	Weitere Verallgemeinerungen	91
5	Die Monte-Carlo-Methode	100
5.1	Grundzüge der Monte-Carlo-Simulation	100
5.2	Pseudo-Zufallszahlen	106
5.2.1	Gleichverteilte Zufallszahlen mit MATLAB	107
5.2.2	Normalverteilte Zufallszahlen	110
5.2.3	Korreliert normalverteilte Zufallszahlen	115
5.3	Numerische Integration stochastischer Differentialgleichungen	117
5.3.1	Starke und schwache Konvergenz	118
5.3.2	Stochastische Taylorentwicklungen	123
5.3.3	Stochastische Runge-Kutta-Verfahren	126
5.3.4	Systeme stochastischer Differentialgleichungen	128
5.4	Varianzreduktion	132
5.5	Monte-Carlo-Simulation einer asiatischen Option	135
6	Numerische Lösung parabolischer Differentialgleichungen	146
6.1	Partielle Differentialgleichungen für asiatische Optionen	146
6.1.1	Typen asiatischer Optionen	146
6.1.2	Modellierung asiatischer Optionen	147
6.2	Methode der Finiten Differenzen	151
6.2.1	Diskretisierung	152
6.2.2	Existenz und Eindeutigkeit diskreter Lösungen	156
6.2.3	Konsistenz und Stabilität	157
6.2.4	Konvergenz	160
6.2.5	Zusammenhang mit der Binomialmethode	164
6.3	Beispiel: Power-Optionen	167
6.4	Vertikale Linienmethode	172
6.4.1	Steife Systeme	173
6.4.2	Ein Modellproblem nach Prothero und Robinson	174
6.4.3	A-Stabilität	175
6.4.4	Der inhomogene Fall	177
6.4.5	Die MATLAB-Funktion <code>ode23s</code>	179
6.5	Beispiel: Basket-Optionen	184

7	Numerische Lösung freier Randwertprobleme	195
7.1	Amerikanische Optionen	195
7.2	Das Hindernisproblem	200
7.2.1	Approximation durch Finite Differenzen	204
7.2.2	Approximation durch Finite Elemente	204
7.3	Numerische Diskretisierung	206
7.3.1	Transformation des Komplementaritätsproblems	207
7.3.2	Approximation mittels Finiten Differenzen	207
7.3.3	Das Projektions-SOR-Verfahren	208
7.3.4	Implementierung in MATLAB	213
7.4	Strafmethode für amerikanische Optionen	217
8	Einige weiterführende Themen	227
8.1	Volatilitätsmodelle	227
8.1.1	Lokale und implizite Volatilitäten	228
8.1.2	Rekonstruktion der lokalen Volatilitätsfläche	230
8.1.3	Duplikationsstrategie	234
8.1.4	Stochastische Volatilität und Positivität	236
8.1.5	Effiziente numerische Simulation	241
8.1.6	Mehrdimensionale stochastische Volatilitätsmodelle	246
8.2	Zinsderivate	254
8.2.1	Formulierung des Modellproblems	257
8.2.2	Bond-Preis unter Cox-Ingersoll-Ross-Dynamik	259
8.2.3	Kalibrierung des Modells an Marktdaten	260
8.2.4	Ausgleichsspline	262
8.2.5	Zur numerischen Lösung des Modellproblems	271
8.3	Wetterderivate	272
8.3.1	Temperaturindizes	273
8.3.2	Temperaturmodelle	277
8.3.3	Bewertungsmodelle	281
8.3.4	Implementierung in MATLAB	286
8.3.5	Energiemärkte und Energiederivate	289
8.4	Collateralized Debt Obligations	291
8.4.1	Faire Prämie einer CDO-Tranche	293
8.4.2	Modellierung der Ausfallzeiten	295
8.4.3	Monte-Carlo-Simulationen mit MATLAB	299
8.4.4	Das Ein-Faktormodell von Vasicek	303
8.5	Quantos und stochastische Korrelation	308
8.5.1	Fairer Preis für Quantos bei konstanter Korrelation	309

8.5.2	Stochastische Korrelation	311
8.5.3	Fairer Preis für Quantos bei stochastischer Korrelation . . .	312
8.5.4	Bedingte Monte-Carlo-Simulation mit MATLAB	313
9	Eine kleine Einführung in MATLAB	319
9.1	Grundlagen	319
9.2	Toolboxen	326
	Literaturverzeichnis	332
	Index	345