

Statik und Stabilität der Baukonstruktionen

Elasto- und plasto-statische Berechnungsverfahren
druckbeanspruchter Tragwerke:
Nachweisformen gegen Knicken, Kippen, Beulen



Dr.-Ing. Christian Petersen

Professor an der
Hochschule der Bundeswehr
München



Friedr. Vieweg & Sohn Braunschweig/Wiesbaden

Inhaltsverzeichnis

1	GRUNDLAGEN DER ELASTO-STATISCHEN STABILITÄTSTHEORIE	1
1.1	Grundbegriffe: Spannungsproblem - Verzweigungsproblem	1
1.2	Elasto-statische Spannungsprobleme Theorie II. Ordnung und Verzweigungsprobleme gedrückter Stäbe	5
1.2.1	Elastizitätsgesetz	5
1.2.2	Grundgleichung der Biegetheorie II. Ordnung	5
1.2.2.1	Anmerkungen zur statischen und energetischen Herleitung	5
1.2.2.2	Knickbiegung Theorie II. Ordnung - Grundgleichung	7
1.2.2.2.1	Statische Herleitung	7
1.2.2.2.2	Energetische Herleitung - EULERSche Gleichungen	8
1.2.2.2.3	Energetische Herleitung - Direkte Variation - Randbedingungen	11
1.2.2.2.4	Ergänzungen zur Ableitung der potentiellen Energie	12
1.2.3	Anmerkungen zur Lösung von Spannungsproblemen Theorie II. Ordnung	13
1.2.4	Verzweigungsprobleme	16
1.2.4.1	Statisches Stabilitätskriterium	16
1.2.4.2	Energetisches Stabilitätskriterium	16
1.2.4.3	GALERKINSches Verfahren	17
1.2.4.4	RAYLEIGH/RITZ-Verfahren	20
1.2.4.5	Ergänzende Anmerkungen zu den direkten Variationsverfahren	22
1.2.5	Näherungslösungen von Spannungs- und Verzweigungsproblemen	22
1.2.6	Druckstäbe mit Vorverformungen - Grundgleichung	29
1.2.6.1	Statische Herleitung	30
1.2.6.2	Energetische Herleitung	31
1.2.7	Richtungstreue und nichtrichtungstreue Kräfte	32
1.2.8	Kinetisches Stabilitätskriterium zur Lösung nichtkonservativer Knickprobleme	35
1.2.8.1	Interaktion Knickung / Eigenschwingung	35
1.2.8.2	Kenntnis nichtkonservativer Kräfte	39
1.2.8.3	Anmerkungen zur Lösung nichtkonservativer Knickprobleme	40
1.2.9	Kinetische Instabilität infolge pulsierender Längskräfte	43
1.2.10	Verzweigung von Spannungsproblemen Theorie II. Ordnung	44
1.2.11	Überkritischer Bereich	50
1.2.12	Einfluß der Schubsteifigkeit auf die Stabilität von Druckstäben	51
1.2.12.1	Schubweiche Druckstäbe	51
1.2.12.2	Grundgleichungen	52
1.2.12.2.1	Statische Herleitung	52
1.2.12.2.2	Energetische Herleitung	54
1.2.12.3	Reduzierte Biegesteifigkeit	54
1.2.12.4	Gitterstäbe	56
1.2.12.5	Rahmenstäbe	59
1.2.12.6	Bemessungsquerkraft für Vergitterung und Verrahmung mehrteiliger Stützen	60
1.2.13	Einfluß der Dehnsteifigkeit auf die Stabilität gedrückter Stäbe und Stabwerke	62
1.2.13.1	Primärdehnung der Stabachse	62
1.2.13.2	Verschiebliche Rahmen	63
1.2.14	Lastfall Temperatur	64
1.2.14.1	Temperaturgradient	64
1.2.14.2	Temperaturänderung	64
1.2.14.3	Stabknicken bei behinderter Temperaturdehnung	65
1.2.14.4	Verwerfungsproblem	65
1.3	Durchschlagprobleme	66
1.3.1	Grundaufgabe: Spreizwerk	66
1.3.2	Erste Erweiterung der Grundaufgabe	68
1.3.3	Zweite Erweiterung der Grundaufgabe	69
1.4	Starrkörperstabilität	71
1.4.1	Lagesicherheitsnachweis	71
1.4.2	Federelastische Lagerung starrer Baukörper	73
1.4.3	Stabilität von Schwimmkörpern	75
1.4.3.1	Grundaufgabe: Rechteckponton	75
1.4.3.2	Metazentrum	77
2	GRUNDLAGEN DER PLASTO-STATISCHEN STABILITÄTSTHEORIE	79
2.1	Einführung	79
2.1.1	Anmerkungen zur Idealisierung der Stoffeigenschaften	79
2.1.2	Querschnittsfestigkeit	83
2.1.3	Plasto-statische Grenztragfähigkeit gedrückter Stäbe	86
2.2	Festigkeits- und Formänderungseigenschaften der Baustoffe	88

2.2.1	Baustähle St 370 und St 520	88
2.2.2	Feinkornbaustähle St E 470 und St E 700	90
2.2.3	Nichtrostende Chrom-Nickel-Stähle	91
2.2.4	Aluminium (Leichtmetall)	91
2.2.5	Gußeisen	92
2.2.6	Betonstahl - Spannstahl	92
2.2.7	Stahlbeton B 15, B 25, B 35, B 45, B 55	93
2.2.8	Holz	95
2.2.9	Kunststoffe	96
2.3	Imperfektionen	97
2.3.1	Außere und innere Imperfektionen	97
2.3.2	Eigenspannungen	98
2.4	Knicktragfähigkeit zentrisch gedrückter Stäbe	100
2.4.1	Elasto-statische Knickspannungen	100
2.4.2	Plasto-statische Knickspannungen	100
2.4.2.1	Knickspannungen nach ENGESSER-KÁRMÁN	100
2.4.2.2	Beispiele	104
2.4.2.3	Knickspannungen nach ENGESSER-SHANLEY	104
2.4.2.4	Einfluß der Randbedingungen auf die Knickspannungen	106
2.4.2.5	Einfluß der Eigenspannungen auf die Knickspannungen	106
2.4.3	Knickspannungslinie in bezogener Darstellung	109
2.4.4	Plastizierungsmoduli für Verzweigungsprobleme	111
2.5	Anmerkungen zur Entwicklung der Knickvorschriften	117
2.5.1	Kurzer geschichtlicher Abriß	117
2.5.2	Stahlbau Aluminiumbau	118
2.5.3	Stahlbetonbau	119
2.5.4	Holzbau	120
2.6	Grenztragfähigkeit exzentrisch gedrückter Stäbe	120
2.6.1	Anweisungen für strenge Grenzlastberechnungen	120
2.6.1.1	Momentenkrümmungsfunktion	120
2.6.1.2	Grenzspannungsdiagramm	122
2.6.1.3	Wirksame Biegesteifigkeit	124
2.6.1.4	Berechnungsanweisung nach THIERAUF-SHEN	125
2.6.1.5	Berechnungsanweisung nach MARINČEK	127
2.6.2	Elasto-statische Grenzlast exzentrisch gedrückter Stäbe aus Stahl	128
2.6.3	Plasto-statische Grenzlast exzentrisch gedrückter Stäbe aus Stahl	132
2.6.3.1	Vorbemerkungen	132
2.6.3.2	Lösung nach JEZEK	133
2.6.3.3	Nachweisform der DIN 4114A	137
2.6.3.4	Knickspannungskurven der EKS - DIN 4114N	138
2.6.3.5	Sicherheitstheoretische Anmerkungen	141
2.6.4	Grenztragfähigkeit exzentrisch gedrückter Stützen aus Stahlbeton	145
2.6.4.1	Momenten-Krümmungsfunktion	145
2.6.4.2	Grenzlast gedrückter Stahlbetonstützen	147
2.6.4.3	Nachweisform nach KORDINA-QUAST	148
2.6.4.4	Vorschreibungen der DIN 1045	150
2.7	Sonderfragen	150
2.7.1	Querschnittsprofilierung gedrückter Stäbe (Stützen)	150
2.7.2	Kriechen - Kriechstabilität	153
2.7.3	Mechanische Eigenschaften metallischer Baustoffe bei höherer Temperatur	153
3	ELASTO-STATISCHE BERECHNUNG VON STAB- UND RAHMEN TRAGWERKEN	157
3.1	Verfahren iterativer Annäherung	157
3.1.1	Vorbemerkungen	157
3.1.2	Gesamtschrittiteration	158
3.1.3	Teilschrittiteration	158
3.1.4	Vergrößerungsfaktoren	160
3.1.5	Beispiele	160
3.1.5.1	Kragstütze	160
3.1.5.2	Portalrahmen	162
3.1.5.3	Zweigelenrahmen	165
3.1.6	Vergrößerungsfaktoren nach DISCHINGER	166
3.1.7	Verfahren nach ENGESSER-VIANELLO	168
3.1.7.1	Berechnungsanweisungen	168
3.1.7.2	Beispiele	171
3.1.8	Bezug zur Integralgleichungsmethode	173
3.2	Verfahren approximativer Verformungsaffinität	174
3.2.1	Vorbemerkungen	174
3.2.2	Durchbiegungsverfahren von PUWEIN-SAHMEL	174
3.2.3	Durchbiegungsverfahren von SÄTLER	177
3.2.3.1	Berechnungsanweisungen zur Knickberechnung	177
3.2.3.2	Beispiele	178
3.2.3.3	Berechnungsanweisungen zur Spannungsberechnung Theorie II. Ordnung	182
3.2.3.4	Beispiele	183
3.3	Differentialgleichung Theorie II. Ordnung für prismatische Stäbe	187
3.3.1	Differentialgleichung und Lösungssystem	187
3.3.2	Lösung von Spannungsproblemen Theorie II. Ordnung und Verzweigungsproblemen	189
3.3.3	EULER-Fälle	192
3.3.4	Knicklängen und ihre geometrische Deutung	192

3.4	Berechnungsverfahren Theorie II. Ordnung für Tragwerke mit prismatischen Stäben	195
3.4.1	Differentialgleichungsverfahren	195
3.4.2	Beispiele	195
3.4.2.1	Kragstütze mit angekoppelter Pendelstütze	195
3.4.2.2	Abgestrebte Stütze	198
3.4.3	Verfahren der Übertragungsmatrizen	200
3.4.3.1	Feldmatrizen	200
3.4.3.2	Verfahrensweise	201
3.4.3.3	Beispiele	205
3.4.4	Formänderungen und Schnittgrößen des einfachen Balkens nach Theorie II. Ordnung	208
3.4.5	Formänderungen und Schnittgrößen des Kragträgers nach Theorie II. Ordnung	212
3.4.6	Baustatische Berechnungsverfahren (Oberblick)	215
3.4.7	Kraftgrößenverfahren	218
3.4.7.1	Berechnungsanweisungen	218
3.4.7.2	Beispiele	220
3.4.8	Verformungsgrößenverfahren	224
3.4.8.1	Grundformeln	224
3.4.8.2	Einspannungsmomente	230
3.4.8.3	Kragmomente	231
3.4.8.4	Drehwinkelverfahren für Tragwerke mit lotrechten Stielen	235
3.4.8.4.1	Verfahrensweise	235
3.4.8.4.2	Beispiele	237
3.4.8.5	Netzgleichungen - Verallgemeinertes Drehwinkelverfahren	244
3.4.8.5.1	Verfahrensweise	244
3.4.8.5.2	Beispiel: Polygonalrahmen	247
3.4.8.6	Stabsteifigkeitszahl K	249
3.4.8.7	Berechnung der Verzweigungslast aus der "Bedingung vom Verlust der Dreh- bzw. Verschiebungssteifigkeit"	249
3.4.8.8	Momentenausgleichsverfahren von CROSS und KANI	252
3.4.8.8.1	Ein- und zweistufige Verfahrensweise	252
3.4.8.8.2	CROSS-Verfahren	252
3.4.8.8.3	KANI-Verfahren	254
3.4.8.8.4	Aufhebung der Verschiebungsfesselung	255
3.4.8.8.5	Beispiele	259
3.4.8.9	Verfahren der Steifigkeitsmatrizen	264
3.4.8.9.1	Vorbemerkungen	264
3.4.8.9.2	Elementmatrix im lokalen System	265
3.4.8.9.3	Elementmatrix im globalen System	267
3.4.8.9.4	Verträglichkeits- und Gleichgewichtsgleichungen	268
3.4.8.9.5	Randbedingungen	270
3.4.8.9.6	Beispiel	275
3.4.8.9.7	Näherungsansatz für die Elementmatrix	279
3.4.8.10	Einfluß der Schubverzerrung	284
3.4.8.11	Näherungsverfahren für verschiebbliche Tragwerke	285
3.5	Berechnungsverfahren Theorie II. Ordnung für Tragwerke mit konischen Stäben	286
3.5.1	Baupraktische Näherungsansätze	286
3.5.2	Konische Stäbe mit Zweipunktquerschnitt	286
3.5.3	Beispiel: Trapezrahmen mit konischen Stielen	290
4	PLASTO-STATISCHE BERECHNUNG VON STAB- UND RAHMEN TRAGWERKEN	295
4.1	Plasto-statische Knicklast	295
4.1.1	Berechnungsanweisungen	295
4.1.2	Beispiele	296
4.2	Plasto-statische Grenzlast	298
4.3	Querschnittsfestigkeit	300
4.3.1	Plastische Momente M_{p1}	300
4.3.2	M/N-Interaktion	302
4.3.3	M/Q- und M/Q/M-Interaktion	303
4.3.4	HENNINGSsche Gelenke	305
4.4	Traglastverfahren Theorie II. Ordnung	310
4.4.1	Näherungsweise Erfassung des Verformungseinflusses	310
4.4.2	Grundformeln des Verformungsgrößenverfahrens Theorie II. Ordnung	313
4.4.3	Beispiel	314
4.4.4	Traglasten verschieblicher Rahmen nach Theorie II. Ordnung	317
4.5	Baupraktische Nachweisverfahren für stählerne Druckstäbe mit planmäßigiger Biegung	319
4.5.1	Interaktionsformeln auf elasto-statischer Grundlage	319
4.5.1.1	Unverschiebbliche Druckstäbe mit Randmomenten	319
4.5.1.2	Druckstäbe in verschieblichen Systemen - Querbelastung	321
4.5.2	Interaktionsformeln auf plasto-statischer Grundlage	323
4.5.3	Nachweisform der DIN 4114A	325
4.5.4	Nachweisform der DASt-Ri 008 (Traglasttrichtlinie)	327
4.5.5	Anmerkungen zum Sicherheitskonzept	328
4.5.6	Nachweisform der DIN 4114N	331
4.6	Baupraktische Nachweisformen für hölzerne Druckstäbe mit planmäßigiger Biegung	331
4.7	Baupraktische Nachweisformen für Druckglieder aus Stahlbeton mit planmäßigiger Biegung	331

4.7.1	Allgemeine Hinweise	331
4.7.2	Abschätzung des Kriecheinflusses	332
5	AUSGEWÄHLTE STAB- UND RAHMENSYSTEME	335
5.1	Anmerkungen zu den Rechenbehelfen	335
5.2	Grundstäbe mit federelastischer Stützung der Stabenden	337
5.2.1	Elasto-statische Lösung	337
5.2.2	Kragstütze mit Fußbeanspruchung	343
5.2.3	Einhüftige Rahmensysteme	347
5.2.4	Einstöckige, regelmäßige Rahmensysteme	347
5.2.5	Einstöckige, unregelmäßige Rahmensysteme	347
5.2.6	Regelmäßige Stockwerkrahmen	349
5.2.6.1	Vorbemerkungen	349
5.2.6.2	Knicklängen für globales Systemknicken	349
5.2.6.3	Knicklängen für lokales Systemknicken	352
5.2.6.4	Zusammenfassung - Empfehlungen	355
5.3	Einstöckige Rechteckrahmen mit ungleichen Stiellängen	355
5.4	Trapezrahmen	361
5.5	Rahmenbinder	368
5.6	Zweistöckige Rahmen	374
5.7	Zweiteilige Stützen und Rahmenstiele	377
5.8	Zweiteilige Stützen mit federelastischer Querstützung	389
5.9	Rahmenartige Systeme mit zweiteiligen Stützen und Riegelverband	395
5.10	Gegenseitig gestützte Druckstiele - Kehlbaulkendach	397
5.11	Dreieckrahmen - Shedrahmen - Zweifeldträger	401
5.12	Gekoppelte Druckstiele	406
5.13	Stiele und Rahmen mit angekoppelten Pendelstützen	409
5.13.1	Elasto-statische Lösung	409
5.13.2	Näherungsformeln	415
5.13.3	Beispiele	416
5.14	Zweistöckige Stabilisierungsstütze mit angekoppelten Pendelstützen	422
5.15	Mehrstöckige Stabilisierungsstütze mit angekoppelten Pendelstützen	425
5.16	Stützen und Rahmen mit Richtungsänderung im Lastangriff	429
5.17	Stäbe mit sprunghaft veränderlicher Druckkraft	439
5.18	Stäbe mit kontinuierlich veränderlicher Druckkraft	442
5.19	Druckstäbe mit konischer Erstreckung	446
5.20	Druckstäbe mit bereichsweise konstanter, konischer und parabelförmiger Erstreckung	450
5.21	Druckstäbe mit kontinuierlicher drehfederelastischer Bettung	459
5.22	Druckstäbe mit kontinuierlicher senkfederelastischer Bettung	463
5.22.1	Differentialgleichung und elasto-statische Lösung	463
5.22.2	Verfahren der Übertragungsmatrizen	466
5.22.3	Verzweigungsprobleme elastisch gebetteter Druckstäbe	466
5.23	Druckstäbe mit diskreter federelastischer Stützung	472
5.24	Verbandsstäbe (Knicken quer zur Verbandsebene)	475
5.24.1	Kreuzverbände	475
5.24.2	Portalrahmen-Verbände	477
5.25	Strebenbock (Knicken quer zur Bockebene)	480
5.26	Sonderprobleme	483
5.26.1	Knickstäbe mit schiefen Schneidenlagern	483
5.26.2	Knickstäbe mit verwundener Stabachse	483
5.26.3	Knickstäbe unter hydrostatischer Belastung	486
5.26.3.1	Elasto-statische Lösung	486
5.26.3.2	Beispiel	487
6	AUSGEWÄHLTE BAUKONSTRUKTIONEN	489
6.1	Turmartige Baukonstruktionen	489
6.1.1	Systeme - Allgemeine Berechnungshinweise	489
6.1.2	Stabschaft mit konischer Erstreckung	489
6.1.2.1	Knicken infolge Eigengewicht	489
6.1.2.2	Knicken infolge vertikaler Auflast	496
6.1.2.3	Kombinierte Belastung aus g und P	496
6.1.2.4	Beispiele	496
6.1.3	Stabschaft mit konstanter Dicke und konischer Erstreckung der Wandstärke	501
6.1.3.1	Knicken infolge Eigengewicht	501
6.1.3.2	Beispiel: Stahlkamin	502
6.1.4	Brückenpfeiler	504
6.1.4.1	Vorbemerkungen	504
6.1.4.2	Beispiel	505
6.1.4.3	Einfluß der Lagerkinematik auf die Stabilität von Brückenpfeilern	506
6.2	Hochhäuser	509
6.2.1	Aussteifende Systeme	509
6.2.2	Allgemeine Berechnungshinweise	510
6.2.3	Stabilität des ebenen Problems	513
6.2.3.1	Diskontinuierliche Systeme	513
6.2.3.2	Kontinuierliche Systeme	514
6.2.3.3	Beispiel	515
6.2.4	Grundlösung für das räumliche Stabilitätsproblem	518
6.3	Zweistielige Hochbaukonstruktionen mit Gitter- und Rahmenstabilisierung	519
6.3.1	Systeme - Problemstellung	519

6.3.2	Drehfederkonstante k	520
6.3.3	Einfluß nachgiebiger Knotenanschlüsse auf die Drehfederkonstante und Schubsteifigkeit	521
6.3.4	Elasto-statische Lösung für den Druckstab mit kontinuierlicher dreh-federelastischer Bettung und linear veränderlicher Druckkraft	524
6.3.5	Einfluß der Dehnsteifigkeit auf die Knicklast zweistieliger Rahmen	526
6.3.6	Beispiel: Zweistieliger Rahmen	527
6.4	Gerüste	533
6.4.1	Arbeits- und Schutzgerüste	533
6.4.2	Traggerüste	534
6.4.2.1	Knicklast schubweicher Gerüste	534
6.4.2.2	Schubsteifigkeit S_{ij} verstreiber Gerüstgefache	537
6.4.2.3	Grundsätze für den baupraktischen Stabilitätsnachweis von Traggerüsten	539
6.4.2.4	Bemessungsquerkraft für Traggerüstverbände	540
6.5	Stabilisierende Verbände und Scheiben	541
6.5.1	Verbände für Hallenbinder	541
6.5.2	Stabilisierungskräfte nach Berechnungsvorschlag A (GEROLD)	543
6.5.3	Stabilisierungskräfte nach Berechnungsvorschlag B	544
6.5.4	Stabilisierungskräfte nach Berechnungsvorschlag C (PETERSEN)	544
6.5.5	Beispiele	546
6.5.5.1	Dachverband	546
6.5.5.2	Dachscheibe mit Trapezblechdeckung	548
6.5.6	Stabilisierung durch Schubfelder	549
6.5.7	Stabilisierung durch Bretterschalungen	550
6.5.8	Stabilisierung von Rüstbindern durch Rohrkupplungsverbände	552
6.5.8.1	Berechnungshinweise	552
6.5.8.2	Bemessungsquerkraft	553
6.6	Fachwerke	556
6.6.1	Knicklängen in ebenen und räumlichen Fachwerken	556
6.6.2	Knicklänge freier Fachwerkträgergurte	560
6.6.2.1	System und elasto-statische Lösung	560
6.6.2.2	Beispiel	563
6.6.3	Nebenspannungen in Verbänden und Vergitterungen	565
6.6.3.1	Systeme - Problemstellung	565
6.6.3.2	Berechnungsformeln für ebene Fachwerke	566
6.6.3.3	Berechnungsformeln für drei- und vierstielige Maste	570
6.7	Elastisch gestützte Druckgurte	570
6.7.1	Systeme - Problemstellung	570
6.7.2	Stabilitätsnachweis auf der Grundlage elastisch gebetteter Stäbe	573
6.7.3	Berechnungsverfahren für Druckgurte mit diskreter Federstützung	575
6.8	Verspannte und abgespannte Konstruktionen	579
6.8.1	Zentrisch vorgespannte Druckstäbe	579
6.8.2	Erweiterung der Problemstellung - Systeme	580
6.8.3	Einfach abgespannte Druckstäbe	582
6.8.3.1	Lastfall: Vorspannung	582
6.8.3.2	Lastfall: Vertikallast	585
6.8.3.3	Lastfall: Vertikallast und Horizontallast	586
6.8.3.4	Beispiel	587
6.8.4	Mehrfach abgespannte Druckstäbe	589
6.8.5	Approximative Knickberechnung abgespannter Druckstäbe	591
6.8.6	Knickfestigkeit verspannter Stäbe	592
6.8.7	Abgespannte Maste und Schornsteine	593
6.8.7.1	Seilgleichung für das Einzelseil im Gravitations- und Windfeld	593
6.8.7.2	Ersatz-Elastizitätsmodul für das Einzelseil	595
6.8.7.3	Berechnungshinweise und Sicherheitsfragen	596
6.9	Bogentragwerke	598
6.9.1	Systeme	598
6.9.2	Spannungstheorie II. Ordnung - Verzweigungstheorie	601
6.9.3	Zur Richtungstreuung der äußeren Belastung	603
6.9.4	Verformungstheorie II. Ordnung	604
6.9.4.1	Anmerkungen zu den Berechnungsansätzen	604
6.9.4.2	Verformungsgrößenverfahren für polygonale Bogenformen	606
6.9.4.3	Analytische Verfahren für Bogentragwerke mit stetiger Krümmung	609
6.9.4.3.1	Differentialgleichung in Polarkoordinaten	609
6.9.4.3.2	Differentialgleichung in kartesischen Koordinaten	612
6.9.4.3.3	Anweisungen zur analytischen Lösung	615
6.9.4.3.4	Anweisungen zur numerischen Lösung	616
6.9.4.3.5	Approximative Berechnung der Verformungsmomente nach Theorie II. Ordnung	617
6.9.5	Stützlinienknicken in der Bogenebene	622
6.9.5.1	Kreisbogen - Kreisring	622
6.9.5.2	Parabelbogen	626
6.9.5.3	Katenoidbogen	629
6.9.5.4	Allgemeine Stützlinienbogen	629
6.9.5.5	Einleitung der Lasten über Ständer und Hänger bei Brückenbogen	630
6.9.5.6	Versteifte Gelenkstabbogen	632
6.9.5.7	Bogenbrücken mit aufgeständerten Versteifungsträgern	633
6.9.5.8	Trapezrahmen mit Randfeldern	637
6.9.5.9	Sprengwerke	638

6.9.5.10	Versteifte Stabbogen (LANGERsche Balken)	640
6.9.6	Elastisch gebettete Kreisbogen und Kreisringe	644
6.9.6.1	Differentialgleichungen und elasto-statische Lösungen	644
6.9.6.2	Schacht-, Stollen- und Tunnelauskleidungen	650
6.9.6.2.1	Berechnungsgrundlagen	650
6.9.6.2.2	Verzweigungslösungen bei Bettungsausfall	651
6.9.6.2.3	Verformungsgrößenverfahren Theorie II. Ordnung	652
6.9.7	Knicken quer zur Bogenebene (Bogenkippen)	656
6.9.7.1	Systeme	656
6.9.7.2	Kreisbogen	659
6.9.7.2.1	Differentialgleichungen	659
6.9.7.2.2	Verzweigungslösungen für den Kreisring	661
6.9.7.2.3	Verzweigungslösungen für eingespannte Kreisbogenträger	662
7	BIEGEDRILLKNICKEN UND KIPPEN - KIPPBIEGUNG THEORIE II. ORDNUNG	665
7.1	Einführung	665
7.2	Grundgleichungssystem für Stäbe mit freier Drillachse und einfachsymmetrischem Querschnitt	667
7.2.1	Elastizitätsgesetze	667
7.2.2	Statische Herleitung der Grundgleichungen	669
7.2.3	Energetische Herleitung der Grundgleichungen	674
7.2.4	Randbedingungen	677
7.3	Erweiterung der Grundgleichungen für elastische Bettung	677
7.4	Erweiterung der Grundgleichungen für Stäbe mit gebundener Drillachse und elastischer Bettung	678
7.5	Anmerkungen zur Lösung von Verzweigungsproblemen	679
7.6	Biegedrillknicken zentrisch und exzentrisch gedrückter Stäbe mit freier Drillachse	680
7.6.1	Berechnungsformeln	680
7.6.2	Wölbfederung	684
7.6.3	Beispiele	684
7.6.4	Knickdiagramme für zentrisch und exzentrisch gedrückte Stäbe	688
7.6.5	Beispiele	704
7.7	Biegedrillknicken zentrisch und exzentrisch gedrückter Stäbe mit freier Drillachse und elastischer Bettung	706
7.8	Biegedrillknicken zentrisch und exzentrisch gedrückter Stäbe mit gebundener Drillachse und elastischer Bettung	707
7.9	Kippen von Biegeträgern mit freier Drillachse	709
7.9.1	Näherungsnachweis	709
7.9.2	Berechnungsformeln für die Kipplast von Biegeträgern	713
7.9.3	Kippdiagramme für Biegeträger mit doppelsymmetrischem Querschnitt unter Gleichlast	714
7.9.4	Kippwerte für veränderliche Streckenlasten	721
7.9.5	Kippdiagramme für Biegeträger mit doppelsymmetrischem Querschnitt unter Randmomentenbelastung	725
7.9.6	Kippdiagramme für Biegeträger mit einfachsymmetrischem Querschnitt unter Gleichlast	725
7.9.7	Beispiele	731
7.9.8	Kippen von Trägern mit veränderlicher Höhe und Steifigkeit	734
7.10	Kippen von Biegeträgern mit freier Drillachse und elastischer Bettung	737
7.11	Kippen von Biegeträgern mit gebundener Drillachse und elastischer Bettung	738
7.12	Auswirkung baupraktisch realisierter Lasteintragungen und Stützbedingungen	740
7.12.1	Problemstellung	740
7.12.2	Drillelastische Bettung bei freier Drillachse	742
7.12.3	Sonderprobleme	744
7.13	Kippen von Biegeträgern mit freier Drillachse unter gleichzeitiger Wirkung einer zentrischen Druckkraft	745
7.13.1	Berechnungsformel für den Lastfall $M = \text{konstant}$ und zentrischer Druckkraft	745
7.13.2	Berechnungsformel für querbelastete Träger mit Randmomenten und zentrischer Druckkraft nach CHWALLA/WITTE	746
7.14	Wölbfederung	747
7.15	Baupraktische Nachweisformen	748
7.15.1	Vorbemerkungen	748
7.15.2	Nachweisform der DIN 4114A	748
7.15.3	Nachweisform der DIN 4114N	749
7.15.4	Nachweisformen für Stahlbeton- und Holzträger	752
7.16	Kippbiegung freier Träger nach Theorie II. Ordnung	752
7.16.1	Problemstellung - Berechnungsformeln	752
7.16.2	Beispiele	755
7.16.2.1	Einfeldträger unter Gleichlast	755
7.16.2.2	Einfeldträger unter Gleichlast und exzentrischer Einzellast	757
7.16.2.3	Kranbahnträger	758
7.16.3	Gesamtschrittiteration	759
7.17	Kippbiegung elastisch gebetteter Träger nach Theorie II. Ordnung	761
7.17.1	Berechnungsformeln	761
7.17.2	Federkonstante - Verbandssteifigkeit	762
7.17.3	Beispiel: Verbandsberechnung	763
8	BEULEN UND BEULBIEGUNG THEORIE II. ORDNUNG EBENER UND GEKROMMTER FLÄCHENTRAGWERKE	765

8.1	Einführung	765
8.2	Nichtlineare Grundgleichungen für doppelt gekrümmte Flächentragwerke (Schalen und Platten)	766
8.2.1	Geometrie - Definitionen	766
8.2.2	Verzerrungs-Verschiebungsbeziehungen	767
8.2.3	Schnittgrößen	770
8.2.4	Elastizitätsgesetz	771
8.2.5	Gekoppeltes Grundgleichungssystem	771
8.2.5.1	Statische Herleitung	771
8.2.5.2	Energetische Herleitung	775
8.2.6	Beulgleichungen	778
8.2.7	Grundgleichungssystem für Schalen und Platten mit Vorverformungen	779
8.3	Beulen rechteckiger Platten und Plattenelemente	782
8.3.1	Grundgleichung der linearen Theorie	782
8.3.1.1	Statische Herleitung	782
8.3.1.2	Energetische Herleitung	784
8.3.2	Berechnung der Beulwerte für Einzelfelder unter (abschnittsweise) konstanten Druckspannungen mittels der linearen Beulgleichung	784
8.3.2.1	Einzelfelder mit freien Längsrändern	785
8.3.2.2	Einzelfelder mit frei drehbar gelagerten Rändern	785
8.3.2.3	Einzelfelder mit beliebiger Lagerung der Längsränder	786
8.3.2.4	Verfahren der Übertragungsmatrizen	789
8.3.2.5	Beuldiagramm für Einzelfelder mit drillfederelastischer Einspannung der Längsränder	792
8.3.2.6	Beuldiagramme für Einzelfelder mit linear veränderlichen Rand- spannungen und unterschiedlicher Lagerung der Längsränder	793
8.3.2.7	Beuldiagramme für Rechteckplatten mit veränderlicher Dicke	793
8.3.3	Berechnung der Beulwerte für Einzelfelder unter veränderlichen Normal- und Schubspannungen mittels der direkten Variationsverfahren	793
8.3.3.1	Stabilitätskriterien	793
8.3.3.2	Lösungen nach dem GALERKINSchen Verfahren	802
8.3.3.3	Lösungen nach dem RITZschen Verfahren	802
8.3.3.4	Anmerkungen zur Lösung der Doppelintegrale der direkten Variations- verfahren	804
8.3.3.5	Einzelfelder mit frei drehbar gelagerten Rändern unter Biege- spannungen	804
8.3.3.6	Einzelfelder unter Schubspannungen	805
8.3.4	Kombinierte Spannungszustände in Einzelfeldern - Beulvergleichsspannungen	806
8.3.4.1	Problemstellung	806
8.3.4.2	Interaktion σ_x und τ	808
8.3.4.3	Interaktion σ_x , σ_y und τ	810
8.3.5	Stegbleche mit quergefächerten Randdruckkräften	811
8.3.5.1	Spannungen in Stegblechen infolge Radlasten	811
8.3.5.2	Beulwerte für quergerichtete Randdruckspannungen	815
8.3.5.3	Beispiel: Stegblech eines Kranbahnträgers	815
8.3.6	Rahmeneckbleche	817
8.3.6.1	Spannungsverteilung in Rahmeneckblechen	817
8.3.6.2	Beulnachweis	819
8.3.7	Ausgesteifte Beulfelder	820
8.3.7.1	Gliederung der Felder - Beulsteifen	820
8.3.7.2	Hinweise zur Berechnung der Beulwerte ausgesteifter Beulfelder	821
8.3.7.3	Beulfelder mit mittiger Längssteife; Lösung mittels Beulgleichung	822
8.3.7.4	Beulfelder mit mittiger Längssteife; Lösung mittels RITZschen Verfahrens	824
8.3.7.5	Mindeststeifigkeit	826
8.3.7.6	Beulwerttafeln von KLÜPPEL - SCHEER - MÖLLER	827
8.3.8	Nichtlineare Beultheorie	829
8.3.8.1	Vorbemerkungen	829
8.3.8.2	Oberkritisches Tragverhalten eines perfekten Beulfeldes - Lösung nach MARGUERRE	830
8.3.8.3	Wirksame Breite ($\alpha > 1$)	834
8.3.8.4	Beispiel	837
8.3.8.5	Oberkritisches Tragverhalten eines imperfekten Beulfeldes - Lösung nach WOLMIR	837
8.3.9	Baupraktische Nachweisformen für unausgesteifte und ausgesteifte Rechteckplatten	839
8.3.9.1	Beulspannungskurve nach DIN 4114A	839
8.3.9.2	Beulspannungskurve in bezogener Form	840
8.3.9.3	Beulspannungskurve nach DAST-Ri 012	842
8.3.9.4	Knickstabähnliches Verhalten	843
8.3.9.5	Wirksame Breite von Steifen	844
8.3.10	Beulnachweis dünnwandiger Teile von Druck- und Biegegliedern	845
8.3.10.1	Problemstellung	845
8.3.10.2	Formeln zur Schlankheitsbegrenzung	846
8.3.10.3	Berechnungskonzept nach BLEICH - DIN 4114A	849
8.3.10.4	Berechnungskonzept nach WINTER	852
8.3.11	Grenztragfähigkeit vollwandiger Träger	855
8.3.11.1	Anmerkungen zum unter- und überkritischen Tragverhalten	855
8.3.11.2	Grenztragfähigkeit steifenloser Vollwandträger	856
8.3.11.2.1	Experimenteller Befund	856

8.3.11.2.2	Biegetragfähigkeit	858
8.3.11.2.3	Schubtragfähigkeit	860
8.3.11.3	Grenztragfähigkeit ausgesteifter Vollwandträger	861
8.4	Beulen zylinder-, kugel- und torusförmiger Schalen	863
8.4.1	Anmerkungen zu baupraktischen Aufgabenstellungen	863
8.4.2	Lineare Beultheorie kreiszylindrischer Schalen	864
8.4.2.1	Beulgleichungen w, ϕ	865
8.4.2.2	Beulgleichungen u, v, w	865
8.4.2.3	Lösung für Achsialdruck	867
8.4.2.4	Lösung für Radial- (Mantel-) und Behälterdruck	871
8.4.2.5	Lösung für Schub	874
8.4.3	Lineare Beultheorie kugelförmiger Schalen	875
8.4.4	Lineare Beultheorie torusförmiger Schalen	876
8.4.5	Diskrepanzen zwischen Theorie und Experiment	878
8.4.6	Baupraktische Nachweisformen	880
8.4.6.1	Vorbemerkungen	880
8.4.6.2	Kreiszylinderschalen unter Achsialdruck und Biegedruck	882
8.4.6.3	Kreiszylinderschalen unter Mantel- und Behälterdruck	884
8.4.6.4	Kreiszylinderschalen unter Torsions- und Schubbelastung	885
8.4.6.5	Kreiszylinderschalen unter kombinierter Beanspruchung	885
8.4.6.6	Nichtkreisförmige Zylinderschalen und Kegelschalen	885
8.4.6.7	Kugelschalen	885
8.4.6.8	Schalen mit positivem und negativem Krümmungsmaß	885
8.4.6.9	Hyperbolische Kühlturmschalen	885
ANHANG		887
Anhang I	Einführung in die Variationsrechnung	887
Anhang II.1	Querschnittswerte der elasto-statischen Biegetheorie (Flächenmomente)	889
Anhang II.2	Querschnittswerte der elasto-statischen Torsionstheorie	897
Anhang II.2.1	Anmerkungen zur Torsionstheorie	897
Anhang II.2.2	Beispiele	903
Anhang III.1	Drehfederkonstante für symmetrische und antimetrische Riegelverformungen	905
Anhang III.2	Drehfederkonstante K bodenelastischer Fundamenteinspannungen	910
Anhang IV.1	Grundfunktionen A' , B' und C' des Verfahrens Theorie II. Ordnung	913
Anhang IV.2	Verformungen und Schnittgrößen druckbeanspruchter Biegestäbe	913
Anhang IV.2.1	Funktionen f_1 bis f_{12}	913
Anhang IV.2.2	Beispiel	914
LITERATURVERZEICHNIS		923
NAMENREGISTER		957
SACHREGISTER		959