

Udo F. Meißner • Andreas Maurial

# Die Methode der finiten Elemente

Eine Einführung in die Grundlagen

2. Auflage

Mit 162 Abbildungen



Springer

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Vorbetrachtungen zur Methode der finiten Elemente</b>	<b>.1</b>
.1	Fachliche Einordnung	.1
.2	Historische Entwicklung	.6
.3	Überblick	.8
.4	Methodenübersicht	.13
.5	Idealisierung	.18
.6	Rechenprogramme	.23
.7	Vororientierung	.28
<b>2</b>	<b>Fehlerabgleichsverfahren</b>	<b>.31</b>
2.1	Lernziel	.31
2.2	Grundgleichungen des Biegebalkens	.32
2.3	Analytische Lösungen	.35
	Übungsaufgabe 2.1	.36
	Übungsaufgabe 2.2	.36
2.4	Verfahren von Bubnov/Galerkin	.37
	Übungsaufgabe 2.3	.42
2.5	Verfahren von Ritz	.42
2.6	Verfahren der kleinsten Fehlerquadrate	.46
	Übungsaufgabe 2.4	.52
2.7	Ansatzfunktionen	.52
	Übungsaufgabe 2.5	.57
2.8	Abbruchfehler	.58
	Übungsaufgabe 2.6	.61
<b>3</b>	<b>Deformationsmethode</b>	<b>.63</b>
3.1	Lernziel	.63
3.2	Steifigkeitsmatrix des Biegebalkens	.64
	Übungsaufgabe 3.1	.72
	Übungsaufgabe 3.2	.72
	Übungsaufgabe 3.3	.72
	Übungsaufgabe 3.4	.73
3.3	Steifigkeitsmatrizen anderer Stabelemente	.73
3.3.1	Biegestab	.74
3.3.2	Zug-Druck-Stab	.76

3.3.3	Torsionsstab . . . . .	78
3.3.4	Räumlicher Stab . . . . .	80
3.3.5	Abschließende Anmerkungen zu den unterschiedlichen Stabelementen . . . . .	86
	Übungsaufgabe 3.5 . . . . .	87
	Übungsaufgabe 3.6 . . . . .	87
	Übungsaufgabe 3.7 . . . . .	87
	Übungsaufgabe 3.8 . . . . .	87
3.4	Zusammenbau zum Gesamttragwerk . . . . .	88
3.5	Berechnung des Gesamtsystems. . . . .	101
3.5.1	Einzelfedern . . . . .	102
3.5.2	Stützensenkungen und Einzellasten. . . . .	105
3.5.3	Auflagerbedingungen. . . . .	106
	Übungsaufgabe 3.9 . . . . .	108
3.5.4	Auflösung des Gleichungssystems. . . . .	108
3.5.5	Auflagerkraftgrößen. . . . .	118
	Übungsaufgabe 3.10. . . . .	120
	Übungsaufgabe 3.11. . . . .	120
	Übungsaufgabe 3.12. . . . .	121
3.6	Berechnung der Schnittgrößen. . . . .	121
3.7	Ablauf der Berechnungen. . . . .	126
3.8	Kombinierte Tragwerksarten. . . . .	128
3.9	Abschließende Bemerkungen. . . . .	132
	Übungsaufgabe 3.13. . . . .	133
4	Arbeitsprinzip. . . . .	135
4.1	Lernziel . . . . .	135
4.2	Prinzip der virtuellen Verrückungen und Arbeiten. . . . .	136
4.2.1	Steifigkeitsbeziehung des Biegebalkens. . . . .	146
4.2.2	Berücksichtigung von Stabendgelenken. . . . .	155
	Übungsaufgabe 4.1 . . . . .	160
	Übungsaufgabe 4.2 . . . . .	160
4.3	Prinzip vom Minimum der potentiellen Energie. . . . .	161
4.3.1	Steifigkeitsbeziehung des Zug-Druck-Stabs. . . . .	167
4.4	Berücksichtigung von Temperaturdehnungen. . . . .	176
4.4.1	Temperatur am Zug-Druck-Stab. . . . .	178
4.4.2	Temperatur am Biegebalken. . . . .	180
4.4.3	Abschließende Bemerkungen. . . . .	183
	Übungsaufgabe 4.3. . . . .	183
4.5	Steifigkeitsbeziehung des Gesamttragwerks. . . . .	183
4.6	Konvergenzbetrachtungen. . . . .	192
4.7	A-Posteriori-Fehler. . . . .	202
4.7.1	^j-Version. . . . .	208
4.7.2	/j-Version. . . . .	210
4.8	Abschließende Bemerkungen. . . . .	211
	Übungsaufgabe 4.4. . . . .	211

5	Diskretisierte Systeme . . . . .	.213
5.1	Lernziel . . . . .	.213
5.2	Transformationen. . . . .	.213
5.2.1	Globale Knotenbezugssysteme. . . . .	.213
5.2.2	Räumliche Transformation der Verschiebungsgrößen. . . . .	.217
5.2.3	Exzentrische Anschlüsse. . . . .	.221
5.2.4	Globale Steifigkeitsbeziehung des räumlichen Stabs. . . . .	.224
5.3	Ebenes Fachwerk . . . . .	.226
5.4	Ebener Rahmen. . . . .	.230
5.5	Trägerrost . . . . .	.234
	Übungsaufgabe 5.1. . . . .	.240
	Übungsaufgabe 5.2. . . . .	.240
<b>6</b>	<b>Übertragungsverfahren</b> . . . . .	<b>.243</b>
6.1	Lernziel . . . . .	.243
6.2	Grundgleichungen des Übertragungsverfahrens. . . . .	.244
6.3	Herleitung der Steifigkeitsbeziehung mit Hilfe des Übertragungsverfahrens. . . . .	.250
	Übungsaufgabe 6.1. . . . .	.256
<b>7</b>	<b>Schlußbemerkungen</b> . . . . .	<b>.257</b>
<b>8</b>	<b>Lösungen zu den Übungsaufgaben</b> . . . . .	<b>.259</b>
	<b>Literaturverzeichnis.</b> . . . . .	<b>.295</b>
	<b>Sachverzeichnis.</b> . . . . .	<b>.299</b>