## Basiswissen Statistik

Kompaktkurs für Anwender aus Wirtschaft, Informatik und Technik

Mit 15 Abbildungen



## Inhaltsverzeichnis

l	Des	Deskriptive und explorative Statistik 1		
	1.1	Motiv	ation und Beispiele	1
	1.2	Grund	lbegriffe	3
	1.3	Merkr	male und ihre Klassifikation	4
	1.4	Studie	endesigns	7
		1.4.1	Experimente und Beobachtungsstudien	7
		1.4.2	Querschnittsstudie versus Longitudinalstudie	7
		1.4.3	Zeitreihen	8
	1.5	Aufbe	reitung von univariaten Daten	8
		1.5.1	Nominale und ordinale Daten	9
		1.5.2	Metrische Daten	13
	1.6	Quant	tifizierung der Gestalt empirischer Verteilungen	21
		1.6.1	Lagemaße	22
		1.6.2	Streuung	29
		1.6.3	Schiefe versus Symmetrie	34
		1.6.4	Quantile und abgeleitete Kennzahlen	35
		1.6.5	Fünf–Punkte–Zusammenfassung und Boxplot	37
		1.6.6	QQ-Plot (Quantildiagramm)	39
	1.7	Konze	entrationsmessung*	40
		1.7.1	Lorenzkurve	40
		1.7.2	Gini-Koeffizient	42
		173	Herfindahl-Index	11

	sverzei	

	1.8	Deskr	iptive Korrelations- und Regressionsanalyse	45
		1.8.1	Korrelation	45
		1.8.2	Grenzen der Korrelationsrechnung	55
		1.8.3	Einfache lineare Regression	55
		1.8.4	Grenzen der Regressionsrechnung	60
	1.9	Deskr	iptive Zeitreihenanalyse*	60
		1.9.1	Indexzahlen	61
		1.9.2	Zerlegung von Zeitreihen	64
		1.9.3	Bestimmung und Bereinigung der Trendkomponente	65
		1.9.4	Bestimmung einer periodischen Komponente	66
2	Wa	hrsche	inlichkeitsrechnung	69
	2.1	Grund	lbegriffe	69
		2.1.1	Zufallsexperimente und Wahrscheinlichkeit	70
		2.1.2	Chancen (Odds)*	75
		2.1.3	Ereignis-Algebra*	77
	2.2	Bedin	gte Wahrscheinlichkeiten	79
		2.2.1	Begriff der bedingten Wahrscheinlichkeit	79
		2.2.2	Satz von totalen Wahrscheinlichkeit	81
		2.2.3	Satz von Bayes	82
	2.3	Mehrs	stufige Wahrscheinlichkeitsmodelle	83
	2.4	Unabl	hängige Ereignisse	85
	2.5	Zufall	svariablen und ihre Verteilung	87
		2.5.1	Die Verteilung einer Zufallsvariable	88
		2.5.2	Die Verteilungsfunktion	89
		2.5.3	Quantil funktion und $p$ -Quantile	90
		2.5.4	Diskrete Zufallsvariablen	91
		2.5.5	Stetige Zufallsvariablen	92
		2.5.6	Unabhängigkeit von Zufallsvariablen und Zufallsstichproben	94
		2.5.7	Verteilung der Summe: Die Faltung	96
	2.6	Erwar	tungswert, Varianz und Momente	97
		2.6.1	Erwartungswert	97

		Inhaltsverzeichnis	XI		
	2.6.2	Varianz	. 99		
	2.6.3	Momente und Transformationen von Zufallsvariablen .	. 100		
	2.6.4	Entropie*	. 101		
2.7	Diskrete Verteilungsmodelle				
	2.7.1	Bernoulli-Verteilung	. 102		
	2.7.2	Binomialverteilung	. 102		
	2.7.3	Geometrische Verteilung und negative Binomialverteilung	. 104		
	2.7.4	Poisson-Verteilung			
2.8	Stetige	e Verteilungsmodelle	. 107		
	2.8.1	Stetige Gleichverteilung	. 107		
	2.8.2	Exponentialverteilung	. 107		
	2.8.3	Normalverteilung	. 108		
2.9	Erzeug	gung von Zufallszahlen*	. 110		
2.10	Zufalls	svektoren und ihre Verteilung	. 110		
	2.10.1	Verteilungsfunktion und Produktverteilung	. 111		
	2.10.2	Diskrete Zufallsvektoren	. 112		
	2.10.3	Stetige Zufallsvektoren	. 113		
	2.10.4	Bedingte Verteilung und Unabhängigkeit	. 115		
	2.10.5	Bedingte Erwartung	. 117		
	2.10.6	Erwartungswertvektor und Kovarianzmatrix	. 117		
2.11	Grenz	wertsätze und Konvergenzbegriffe	. 119		
	2.11.1	Das Gesetz der großen Zahlen	. 119		
	2.11.2	Der Hauptsatz der Statistik	. 121		
	2.11.3	Der zentrale Grenzwertsatz	. 122		
	2.11.4	Konvergenzbegriffe*	. 124		
2.12	Vertei	lungsmodelle für Zufallsvektoren	. 125		
	2.12.1	Multinomial verteilung	. 125		
	2.12.2	Multivariate Normalverteilung	. 126		
2.13	Erzeug	gende Funktionen, Laplace-Transformierte*	. 128		
2.14	Marko	ov-Ketten*	. 131		
	2.14.1	Modell und Chapman-Kolmogorov-Gleichung $\ldots \ldots$	. 131		
	2.14.2	Stationäre Verteilung und Ergodensatz	. 133		

## XII Inhaltsverzeichnis

3	Schließende Statistik			
	3.1	Grund	dbegriffe	.35
	3.2	Schätz	zprinzipien und Gütekriterien1	.37
		3.2.1	Nichtparametrische Schätzung 1	.37
		3.2.2	Dichteschätzung	.38
		3.2.3	Das Likelihood-Prinzip	.39
		3.2.4	Gütekriterien für statistische Schätzer1	.46
	3.3	Testve	erteilungen1	51
		3.3.1	<i>t</i> -Verteilung1	.51
		3.3.2	$\chi^2$ -Verteilung	.51
		3.3.3	<i>F</i> -Verteilung	.52
	3.4	Konfie	denzintervalle1	.53
		3.4.1	Konfidenzintervall für $\mu$	53
		3.4.2	Konfidenzintervalle für $\sigma^2$	.54
		3.4.3	Konfidenzintervall für $p$	.55
	3.5	Einfül	hrung in die statistische Testtheorie	.55
	3.6	1-Stic	hproben-Tests	.59
		3.6.1	Motivation	.59
		3.6.2	Stichproben-Modell	.59
		3.6.3	Gauß- und t-Test	.59
		3.6.4	Vorzeichentest und Binomialtest	69
	3.7	2-Stic	hproben-Tests	71
		3.7.1	Verbundene Stichproben	72
		3.7.2	Unverbundene Stichproben	<b>17</b> 3
		3.7.3	Wilcoxon-Test	177
		3.7.4	2-Stichproben Binomialtest	179
	3.8	Korre	elationstests	180
		3.8.1	Test auf Korrelation	L81
		3.8.2	Rangkorrelationstest	181
	3.9	Linea	res Regressionsmodell	182
		3.9.1	Modell	182
		3.9.2	Statistische Eigenschaften der KQ-Schätzer	184

			Inhaltsverzeichni	s XIII
		3.9.3	Konfidenzintervalle	185
	3.10	Multip	ple lineare Regression (Lineares Modell)*	187
		3.10.1	Modell	188
		3.10.2	KQ-Schätzung	189
		3.10.3	Verteilungseigenschaften	190
		3.10.4	Anwendung: Funktionsapproximation,	190
	3.11	Analy	se von Kontingenztafeln	191
		3.11.1	Vergleich diskreter Verteilungen	192
		3.11.2	Chiquadrat-Unabhängigkeitstest	193
	3.12	Eleme	ente der Bayes-Statistik*	193
		3.12.1	Grundbegriffe	194
		3.12.2	Minimax-Prinzip	195
		3.12.3	Bayes-Prinzip	196
A	Mat	hemat	tik - kompakt	201
	A.1	Notati	ionen	201
		A.1.1	Griechische Buchstaben (Auswahl)	201
		A.1.2	Mengen und Zahlen	201
	A.2	Punkt	folgen und Konvergenz	201
		A.2.1	Konvergenz von Folgen	202
		A.2.2	Summen und Reihen	203
	A.3	Funkt	ionen	204
		A.3.1	Spezielle Funktionen	205
		A.3.2	Grenzwert von Funktionen	207
		A.3.3	Stetigkeit	208
		A.3.4	Potenzreihen*	208
	A.4	Differe	enzialrechnung	209
		A.4.1	Ableitung	209
		A.4.2	Höhere Ableitungen	210
	A.5	Taylor	rpolynom und Taylorentwicklung	211
	A.6	Optim	nierung von Funktionen	211
	A.7	Integr	ration	213

## XIV Inhaltsverzeichnis

		A.7.1	Stammfunktion
		A.7.2	Integrationsregeln
		A.7.3	Uneigentliches Integral
	A.8	Vekto	ren
		A.8.1	Lineare Unabhängigkeit
		A.8.2	Skalarprodukt und Norm
	A.9	Matriz	zen
	A.10	Lösun	g linearer Gleichungssysteme
		A.10.1	. Gauß-Verfahren
		A.10.2	2 Determinanten
	A.11	Funkt	ionen mehrerer Veränderlicher
		A.11.1	Partielle Differenzierbarkeit und Kettenregel $, \ldots 228$
		A,11.2	2 Lineare und quadratische Approximation, Hessematrix . $229$
		A.11.3	Optimierung von Funktionen
		A.11.4	Optimierung unter Nebenbedingungen
	A.12	Mehro	limensionale Integration
Lite	eratu	ırverze	e <b>ichnis</b>
Sac	hver	zeichn	uis