

# Berechenbare Vernunft

Kalkül und Rationalismus  
im 17. Jahrhundert

von

Sybille Krämer

Walter de Gruyter • Berlin • New York  
1991

## Inhaltsverzeichnis

|   |    |
|---|----|
| Vorwort . . . . .   | V  |
| Einleitung . . . . .  | 1  |
| <br>  |    |
| I. Prolog. Die Entdeckung der symbolischen Differenz in der griechischen Mathematik und ihre ontologische Legitimation durch Piaton . . . . . | 7  |
| 1. Über einen vernachlässigten Aspekt der Wissenschaftsgeschichte . . . . .   | 7  |
| 2. Die magische Identität von Symbol und Symbolisiertem in der pythagoreischen Rechensteinarithmetik . . . . .                                | 12 |
| 3. Die Entdeckung der Inkommensurabilität und die Genesis rein symbolischer Beweisverfahren . . . . .   | 32 |
| 4. Die Erschütterung der pythagoreischen arithmetica universalis: eine etymologische Spurensicherung . . . . .                                | 45 |
| 5. Ein Beispiel für die symbolische Differenz: Strecken als Veranschaulichung von Zahlen . . . . .  | 50 |
| 6. Die philosophische Legitimation der symbolischen Differenz durch Piaton . . . . .  | 53 |
| 7. Gebrauchten die Griechen mathematische Symbole formal? Die Problematik des Terminus „geometrische Algebra“ . . . . .                       | 70 |
| 8. Ein Resümee . . . . .  | 85 |
| <br>  |    |
| II. Hauptteil. Die Verdrängung des ontologischen Symbolismus durch den operativen Symbolismus in der Neuzeit . . . . .                        | 88 |
| 1. Die neuzeitliche Mathematik als Pionierin des operativen Symbolgebrauches . . . . .  | 88 |
| 1.1. Die Implikationen der Kalkülisierung. Drei Thesen zur Einleitung . . . . .   | 88 |
| 1.1.1. Entkoppelung von Konstruktion und Interpretation . . . . .   | 88 |
| 1.1.2. Sprachen werden zur Technik . . . . .  | 89 |
| 1.1.3. Zeichen werden zu handhabbaren Gegenständen . . . . .  | 93 |

|   |     |
|---|-----|
| 1.2. Die Verschriftlichung des Rechnens: Eine formale Sprache wird zur Kulturtechnik . . . . .  | 97  |
| 1.2.1. Das Brettrechnen als nicht-formale Rechentechnik . . . . .   | 99  |
| 1.2.2. Zahldarstellung im dezimalen Positionssystem . . . . .   | 105 |
| 1.2.3. Exkurs übr die Wortgeschichte von „cifra“ . . . . .  | 111 |
| 1.2.4. Schriftliches Rechnen als Gebrauch einer syntaktischen Maschine . . . . .  | 114 |
| 1.3. Das Buchstabenrechnen und die Entstehung der modernen Algebra . . . . .  | 124 |
| 1.3.1. Was heißt „Buchstabenrechnen?“ . . . . .   | 124 |
| 1.3.2. Rhetorische und symbolische Algebra . . . . .  | 126 |
| 1.3.3. Vietes Anknüpfen an die antike Analysis und ihre Umdeutung . . . . .   | 133 |
| 1.3.4. Über Implikationen und Folgen des symbolischen Verfahrens der „ars analytica“ . . . . .  | 143 |
| 1.4. Descartes' Analytische Geometrie . . . . .   | 150 |
| 1.5. Leibnizens Infinitesimalkalkül . . . . .   | 152 |
| 2. Rationalistische Epistemologie: die Entdeckung der Symbole als Technik . . . . .   | 159 |
| 2.1. Mathematik und Methode beim jungen Descartes (1619-1628) . . . . .   | 159 |
| 2.1.1. Die Interpretationshypothese: die analytische Ausrichtung der cartesischen Methode impliziert ein elementares symbolisches Verfahren . . . . . | 159 |
| 2.1.2. Das Verhältnis der „Regulae“ zum „Discours“ . . . . .  | 163 |
| 2.1.3. Plan und Datum der „Regulae“ . . . . .   | 167 |
| 2.1.4. Regel 1—8: die Algebra als Problemlösungsverfahren . . . . .   | 170 |
| 2.1.4.1. Geometrische Analysis und ihre Mißverständnisse . . . . .  | 173 |
| 2.1.4.2. Die Umbildung der Analysis durch Diophant und Viete . . . . .  | 177 |
| 2.1.4.3. „Deduktion“ . . . . .  | 181 |
| 2.1.4.4. „mathesis universalis“ I: Regel 4 . . . . .  | 192 |
| 2.1.5. Regel 12ff.: das symbolische Verfahren der Analysis und die „mathesis universalis“ II . . . . .  | 201 |
| 2.1.6. Ein Resümee . . . . .  | 213 |

|   |     |
|---|-----|
| 2.2. Symbolische Erkenntnis und die symbolische Konstitution des Erkenntnisgegenstandes bei Leibniz . . . . .               | 220 |
| 2.2.1. Vier Hypothesen über Zeichen und Denken bei Leibniz . . . . .  | 220 |
| 2.2.2. Instrumentelle versus kommunikative Funktion von Sprache. Die konstitutive Rolle der Zeichen für das Denken. . . . . | 226 |
| 2.2.3. Künstliche versus natürliche Sprachen: der Kunstcharakter der rationalen Grammatik. . . . .                          |     |
| 2.2.4. Ecriture versus parole: characteres versus figurae. Ein neuer Typus von Schriftlichkeit . . . . .                    | 254 |
| 2.2.5. Formalismus versus Intuitionismus, die Idee des Kalküls. . . . .   | 267 |
| 2.2.5.1. Das Verhältnis von Kombinatorik und Algebra: die Idee vom interpretationsfreien Gebrauch der Zeichen. . . . .      | 269 |
| 2.2.5.2. Die Organisation der Zeichen in autonomen Systemen: die Kalkülisierung und ihre Implikationen. . . . .             | 279 |
| 2.2.6. Konstruktion versus Abbildung: Darstellen als Generierung des dargestellten Gegenstandes . . .                       | 295 |
| 2.2.6.1. „Expressio“ als mathematische Abbildung . . . . .  | 298 |
| 2.2.6.2. Die Ideen als „Gegenstände“ des Erkennens. . . . .   | 305 |
| 2.2.6.3. Kausale Definition als syntaktische Konstruktion. . . . .  | 311 |
| 2.2.6.4. Symbolische Erkenntnis als modellbildende Vernunft . . . . .   | 318 |
| 2.2.6.5. Wie „platonisch“ ist Leibnizens Erkenntnistheorie? Ein Resümee. . . . .  | 325 |
| 2.3. Formale Identität und die Grenzen der symbolischen Erkenntnis. . . . .   | 328 |
| 2.3.1. Vier Hypothesen über „Identität“ bei Leibniz . .   | 328 |
| 2.3.2. Das „gegenstandstheoretische Mißverständnis“ und Ansätze zu seiner Überwindung . . . . .                             | 330 |
| 2.3.3. Die Substitution „salvis calculis legibus“. . . .  | 340 |
| 2.3.4. Die Substitution „salva veritate“. . . . .   | 345 |
| 2.3.5. Formale Identität als ideales Konstrukt . . . . .  | 356 |

|   |     |
|---|-----|
| 2.3.6. Der Ununterscheidbarkeitssatz: der Ausschluß des Individuellen aus der formalen Erkenntnis . . . . | 363 |
| 2.3.7. Ein Resümee. . . . .   | 368 |
| III. Ergebnisse. . . . .  | 372 |
| Verzeichnis der zitierten Literatur. . . . .  | 388 |
| Personenregister. . . . .   | 418 |
| Sachregister. . . . .   | 425 |